Technische Hochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@th-koeln.de

Übungen QM I (Wirtschaftsmathematik) für die Klausur am 30.01.2018

Aufgabe 1 (04.02.2015)

a) Für die Absatzmenge x (in ME) und den Verkaufspreis p (in GE pro ME) lautet die Preis-Absatz-Funktion eines bestimmten Unternehmens wie folgt:
$$x(p) = 180 - 3p$$

1. Ermitteln Sie den ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich D_x von $x(p)$.
2. Berechnen Sie die Elastizität von x an der Stelle $p = 12$ und interpretieren Sie diese.

b) Gegeben seien die Matrizen A und B durch
$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$
$$B = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}.$$

Berechnen Sie die Matrizenprodukte $A \cdot B$ und B^2.

c) Untersuchen Sie die Funktion
$$f(x,y) = x^2 - y^2 + 2xy - 6y - 3 \quad (x, y \in \mathbb{R}) \text{ auf Sattelstellen.}$$

Aufgabe 1 (20.07.2017)

a) Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung der Funktion
$$f(x) = x^3 + 7x^2 - \ln(x);\ x > 0.$$

b) Gegeben sei die Preis-Absatz Funktion:
$$x(p) = \frac{75}{7+p} \quad ; p \geq 0$$
Bestimmen Sie die Elastizität von $x(p)$ im Punkt $p = 8$ und interpretieren Sie das Ergebnis.

c) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = x^2 \cdot e^x;\ x \in \mathbb{R}$ für $x \neq 0$ der Gleichung
$$f'(x) = f(x) \cdot \frac{2+x}{x} \text{ genügt.}$$

Aufgabe 3 (20.07.2017)

a) Bestimmen Sie die Sattelstellen von
$$f(x,y) = 4xy + 6x + 2y \ ; (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

b) Bestimmen Sie die globale Minimalstelle der Funktion

$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 + xy + x + y - 17 \ \ ; (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

unter der Nebenbedingung $x + y = 8$.

Aufgabe 2 (27.09.2017)
Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lrcl} \text{I} & 5x_1 - 2x_2 + 300x_3 & = & 3\,100 \\ \text{II} & 3x_1 + 4x_2 - 340x_3 & = & 300 \\ \text{III} & 2x_1 + 2x_2 - 160x_3 & = & 400 \end{array}$$

a) Bestimmen Sie mit dem Gauß-Algorithmus die Lösungsmenge des Gleichungssystems.

b) Geben Sie alle nichtnegtiven Lösungen an.

c) Bestimmen Sie die nichtnegativen ganzzahligen Lösungen.

Aufgabe 3 (27.09.2017)
Bestimmen Sie mithilfe der Lagrange-Methode die globale Minimalstelle der Funktion

$$f(x,y) = 4x^2 + 5y^2 - 2xy + 200 \ \ ; x, y \in \mathbb{R}$$

unter der Nebenbedingung $x + 2y = 50$.

Aufgabe 2 (20.09.2016)

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystems:

$$\begin{array}{lrcl} \text{I} & x_1 + x_2 + 2x_3 & = & 90 \\ \text{II} & 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 & = & 220 \\ \text{III} & 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 & = & 460 \end{array}$$

b) Das Endtableau eines Gaußalgorithmus sieht wie folgt aus:

Zeile	x_1	x_2	x_3	
1	7	0	71	1 400
2	0	7	−11	−70
3	0	0	0	0

bzw.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 7 & 0 & 71 & 1\,400 \\ 0 & 7 & -11 & -70 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

1. Bestimmen Sie die Lösungsmenge des zugrunde liegenden Gleichungssystems.
2. Bestimmen Sie alle nichtnegtiven Lösungen.
3. Bestimmen Sie alle ganzzahligen nichtnegativen Lösungen.

Aufgabe 3 (20.09.2016)
Bestimmen Sie das absolute (globale) Minimum der Funktion

$$f(x,y) = x^2 + xy + y^2 + 4x + 2y - 10; \ \ (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

unter der Nebenbedingung $x + y = a$. Dabei sei $a \in \mathbb{R}$ eine beliebige reelle Zahl.

Aufgabe 3 (03.07.2014)
Ein Unternehmen produziert und vertreibt zwei Güter A und B. Es arbeitet mit der Gewinnfunktion:

$$G(x,y) = -2x^2 - 4xy - 4y^2 + 16x + 28y - 400 \;\; ; x, y, \geq 0$$

Dabei seien x die produzierten und abgesetzten Mengeneinheiten von Gut A und y die produzierten und abgesetzten Mengeneinheiten von Gut B.

a) Berechnen Sie das gewinnmaximale Produktionsprogramm.

b) Das Unternehmen möchte von Gut A und Gut B zusammen a Mengeneinheiten produzieren und absetzen. Dabei sei a eine reelle Zahl größer 3. Berechnen Sie das gewinnmaximale Produktionsprogramm in Abhängigkeit von a.