

4.3.3 Wkt. im Gleichmöglichkeitsmodell

Beispiel:

Gremium besteht aus sechs Personen: zwei Frauen F_1, F_2 und vier Männer M_1, M_2, M_3, M_4 . Aus dem Gremium werden drei Personen für einen Ausschuss zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wkt., dass genau eine Frau in dem Ausschuss gelangt?

$A =$ genau eine Frau gelangt in den Ausschuss

Gesucht: $P(A) = ?$

Um die gesuchte Wkt. bestimmen zu können, schreiben wir zunächst die Menge S aller möglichen Ergebnisse auf:

$S =$	$F_1 F_2 M_1$	$F_1 M_1 M_2$	$F_2 M_1 M_2$	$M_1 M_2 M_3$
	$F_1 F_2 M_2$	$F_1 M_1 M_3$	$F_2 M_1 M_3$	$M_1 M_2 M_4$
	$F_1 F_2 M_3$	$F_1 M_1 M_4$	$F_2 M_1 M_4$	$M_1 M_3 M_4$
	$F_1 F_2 M_4$	$F_1 M_2 M_3$	$F_2 M_2 M_3$	$M_2 M_3 M_4$
		$F_1 M_2 M_4$	$F_2 M_2 M_4$	
		$F_1 M_3 M_4$	$F_2 M_3 M_4$	

Insgesamt gibt es 20 mögliche Ergebnisse; d.h. insb. die Mächtigkeit der Menge S beträgt 20, bzw. $\#S = 20$. Jedes dieser 20 möglichen Ergebnisse hat die gleiche Chance $\frac{1}{20}$.

Gleichmöglichkeitsmodell = jedes Ergebnis hat dieselbe Chance

Jetzt zählen wir die Ergebnisse, die zum Ereignis A gehören: $\#A = 12$

Die Wkt. $P(A)$ nach Laplace ist dann wie folgt definiert:

$$P(A) = \frac{\#A}{\#S} = \frac{12}{20} \quad \text{S. 2.1.2}$$

Die Wkt. $P(A)$ darf nur dann als $\frac{\#A}{\#S}$ berechnet werden, wenn jedes Ergebnis die gleiche Chance hat.

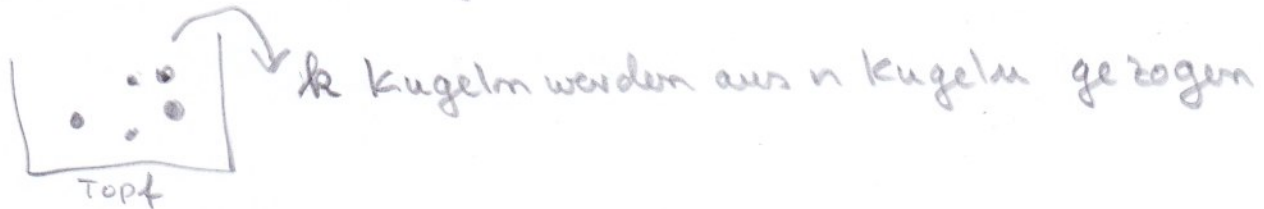
Frage: Wie lässt sich die Menge S aller möglichen Ergebnisse so aufschreiben, dass nicht jedes Ergebnis die gleiche Chance hat?

$S = \{ \text{"keine Frau gelangt in den Ausschuss"}, \text{"genau eine Frau gelangt in den Ausschuss"}, \text{"genau zwei Frauen gelangen in den Ausschuss"} \}$

Diese drei Ergebnisse haben der Reihenfolge nach folgende Chancen: $\frac{4}{20}$ (keine Frau), $\frac{12}{20}$ (genau eine Frau), $\frac{4}{20}$ (genau zwei Frauen)

Am einfachsten lassen sich diese drei Wkt. $\frac{4}{20}$ bzw. $\frac{12}{20}$ bzw. $\frac{4}{20}$ berechnen, wenn zunächst S mit dem 20 gleich möglichen Ergebnissen betrachtet wird.

Für Wkt. gemäß Formel S.2.1.2 werden die vier Abzählformeln aus dem Vorkurs wirtschaftsmathematisch benötigt. Dabei wird von einem Topf ausgegangen, in dem n verschiedene Kugeln liegen. Und aus dem Topf werden k Kugeln herausgezogen. Beim Herausziehen der k Kugeln wird unterschieden, ob eine herausgezogene Kugel vor der nächsten Ziehung wieder zurück in den Topf gelegt wird. Und ob die Reihenfolge, in der die Kugeln herausgezogen wurden wichtig ist:



Berücksichtigung der Reihenfolge	Zurücklegen	
	ja	nein
ja	n^k S. 3.2.2	$\frac{n!}{(n-k)!}$ S. 3.2.1
nein	$\binom{n+k-1}{k}$ S. 3.2.4	$\binom{n}{k}$ S. 3.2.3

Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten, wenn k Kugeln aus n Kugeln gezogen werden

Vorkursbuch, Kapitel 5

Beispiel:

Gruppe - 23 Personen. Wkt., dass im Jahr 2020 mindestens zwei dieser Personen am gleichen Tag Geburtstag haben?

A = mindestens zwei Personen haben am gleichen Tag Geb.

\bar{A} = alle 23 Personen haben an verschiedenen Tagen Geburtstag

$\#S = 23$ aus 365 mit Zurücklegen mit Reihenfolge = 365^{23}

$\#\bar{A} = 23$ aus 365 ohne Zurücklegen mit Reihenfolge = $\frac{365!}{342!}$

$$P(\bar{A}) = \frac{365! / 342!}{365^{23}} = \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot 343}{365^{23}} = 0,49 \Rightarrow P(A) = 0,51$$