4.3.3 Wkt. im Gleichmöglichkeitsmodell

Beispiel:

Gremium besteht aus sechs Personen: zwei Frauen F_1, F_2 und vier Männer M_1, M_2, M_3, M_4. Aus dem Gremium werden drei Personen für einen Ausschuss zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wkt, dass genau eine Frau in den Ausschuss gelangt?

A = genau eine Frau gelangt in den Ausschuss

Gesucht: $P(A) = ?$

Um die gesuchte Wkt. bestimmen zu können, schreiben wir zunächst die Menge S aller möglichen Ergebnisse auf:

S =			
$F_1 F_2 M_1$	$F_1 M_1 M_2$	$F_2 M_1 M_2$	$M_1 M_2 M_3$
$F_1 F_2 M_2$	$F_1 M_1 M_3$	$F_2 M_1 M_3$	$M_1 M_2 M_4$
$F_1 F_2 M_3$	$F_1 M_1 M_4$	$F_2 M_1 M_4$	$M_1 M_3 M_4$
$F_1 F_2 M_4$	$F_1 M_2 M_3$	$F_2 M_2 M_3$	$M_2 M_3 M_4$
	$F_1 M_2 M_4$	$F_2 M_2 M_4$	
	$F_1 M_3 M_4$	$F_2 M_3 M_4$	

= A

Insgesamt gibt es 20 mögliche Ergebnisse; d.h. insb. die Mächtigkeit der Menge S beträgt 20, kurz $\#S = 20$. Jedes dieser 20 möglichen Ergebnisse hat die gleiche Chance $\frac{1}{20}$.

Gleichmöglichkeitsmodell = jedes Ergebnis hat dieselbe Chance

Jetzt zählen wir die Ergebnisse, die zum Ereignis A gehören: $\#A = 12$

Die Wkt. P(A) nach Laplace ist dann wie folgt definiert:

$$P(A) = \frac{\#A}{\#S} = \frac{12}{20}$$

S. 2.1.2

Die Wkt. P(A) darf nur dann als $\frac{\#A}{\#S}$ berechnet werden, wenn jedes Ergebnis die gleiche Chance hat.

Frage: Wie lässt sich die Menge S aller möglichen Ergebnisse so aufschreiben, dass nicht jedes Ergebnis die gleiche Chance hat?

S = {„keine Frau gelangt in den Ausschuss", „genau eine Frau gelangt in den Ausschuss", „genau zwei Frauen gelangen in den Ausschuss"}

Diese drei Ergebnisse haben der Reihenfolge nach folgende Chancen: 4/20 (keine Frau), 12/20 (genau eine Frau), 4/20 (genau zwei Frauen)

Am einfachsten lassen sich diese drei Wkt. $\frac{4}{20}$ bzw. $\frac{12}{20}$ bzw. $\frac{4}{20}$ berechnen, wenn zunächst S mit den 20 gleich möglichen Ergebnissen betrachtet wird.

Für Wkt. gemäß Formel S. 2.1.2 werden die vier Abzählformeln aus dem Vorkurs Wirtschaftsmathematik benötigt. Dabei wird von einem Topf ausgegangen, in dem n verschiedene Kugeln liegen. Und aus dem Topf werden k Kugeln herausgezogen. Beim Herausziehen der k Kugeln wird unterschieden, ob eine herausgezogene Kugel vor der nächsten Ziehung wieder zurück in den Topf gelegt wird. Und ob die Reihenfolge, in der die Kugeln herausgezogen wurden wichtig ist:

k Kugeln werden aus n Kugeln gezogen

Topf

Berücksichtigung der Reihenfolge	Zurücklegen: ja	Zurücklegen: nein
ja	n^k S. 3.2.2	$\frac{n!}{(n-k)!}$ S. 3.2.1
nein	$\binom{n+k-1}{k}$ S. 3.2.4	$\binom{n}{k}$ S. 3.2.3

Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten, wenn k Kugeln aus n Kugeln gezogen werden

Vorkursbuch, Kapitel 5

Beispiel:
Gruppe - 23 Personen. Wkt, dass im Jahr 2020 mindestens zwei dieser Personen am gleichen Tag Geburtstag haben?

A = mindestens zwei Personen haben am gleichen Tag Geb.

$\bar{A}$ = alle 23 Personen haben an verschiedenen Tagen Geburtstag

$\# S$ = 23 aus 365 mit Zurücklegen mit Reihenfolge = 365^{23}

$\# \bar{A}$ = 23 aus 365 ohne Zurücklegen mit Reihenfolge = $\frac{365!}{342!}$

$$P(\bar{A}) = \frac{365!/342!}{365^{23}} = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \ldots \cdot \frac{343}{365} = 0{,}49 \Rightarrow P(A) = 0{,}51$$