

## Aufgabe 9.1

$$x(5r_1, 5r_2, 5r_3) =$$

$$= \sqrt{(5r_1)^2 + 4(5r_2)^2 + 5(5r_3)^2 + 5r_3(5r_1 + 5r_2)}$$

$$= \sqrt{25r_1^2 + 100r_2^2 + 125r_3^2 + 25r_3(r_1 + r_2)}$$

$$= \sqrt{25} \cdot \sqrt{r_1^2 + 4r_2^2 + 5r_3^2 + r_3(r_1 + r_2)}$$

$$= 5 \cdot x(r_1, r_2, r_3)$$

d.h. wird der Input ver fünf facht, so  
ver fünf facht sich auch der Output.

## Aufgabe 9.2

$$f_x(x, y, z) = 8x - 2y - 3(z-x)^2$$

$$f_y(x, y, z) = -2x + 5$$

$$f_z(x, y, z) = 3(z-x)^2$$

$$f_{xx}(x, y, z) = 8 + 6(z-x)$$

$$f_{yy}(x, y, z) = 0$$

$$f_{zz}(x, y, z) = 6(z-x)$$

$$f_{xy}(x, y, z) = -2$$

$$f_{xz}(x, y, z) = -6(z-x)$$

$$f_{yz}(x, y, z) = 0$$

## Aufgabe 9.2

$$g_{x_1}(x_1, x_2) = 12x_1^2x_2^2 - 4x_1^3x_2^3$$

$$g_{x_2}(x_1, x_2) = 8x_1^3x_2 - 3x_1^4x_2^2$$

$$g_{x_1x_1}(x_1, x_2) = 24x_1x_2^2 - 12x_1^2x_2^3$$

$$g_{x_2x_2}(x_1, x_2) = 8x_1^3 - 6x_1^4x_2$$

$$g_{x_1x_2}(x_1, x_2) = 24x_1^2x_2 - 12x_1^3x_2^2$$

## Aufgabe 9.2

Kettenregel:

$$(e^{0,4x-7})' = e^{0,4x-7} \cdot 0,4$$

$$h_x(x,y) = 0,8 e^{0,4x-2y}$$

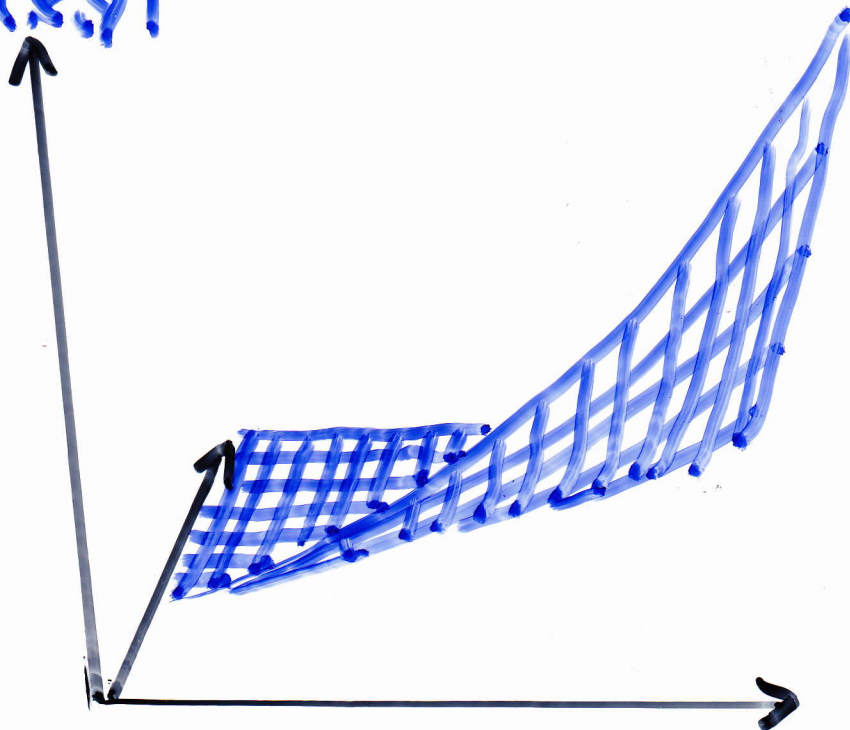
$$h_y(x,y) = -4 e^{0,4x-2y}$$

$$h_{xx}(x,y) = 0,32 e^{0,4x-2y}$$

$$h_{yy}(x,y) = 8 e^{0,4x-2y}$$

$$h_{xy}(x,y) = -1,6 e^{0,4x-2y}$$

$h(x,y)$



## Aufgabe 9.2

$$h(x,y) = 2x^3 - \ln \frac{y}{x} = 2x^3 - \ln y + \ln x$$

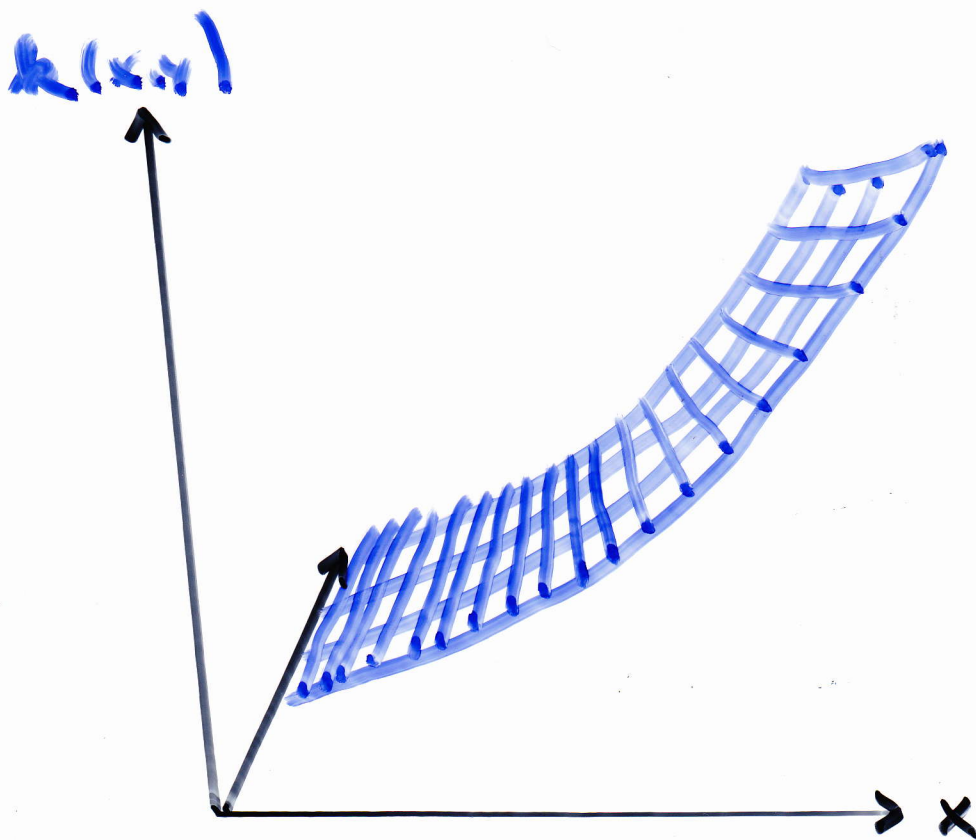
$$h_x(x,y) = 6x^2 + \frac{1}{x}$$

$$h_y(x,y) = -\frac{1}{y}$$

$$h_{xx}(x,y) = 12x - \frac{1}{x^2}$$

$$h_{yy}(x,y) = \frac{1}{y^2}$$

$$h_{xy}(x,y) = 0$$



### Aufgabe 9.3

$$f_{x_1}(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 \cdot e^{2x_2}$$

$$f_{x_2}(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 \cdot e^{2x_2} + \ln(x_3)$$

$$f_{x_3}(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_2}{x_3}$$

$$f_{x_1}(-1, 0, 1) = -2$$

$$f_{x_2}(-1, 0, 1) = 2$$

$$f_{x_3}(-1, 0, 1) = 0$$

# Aufgabe 9.4

$$a) \quad x(1, 100, 1) = 50$$

$$x(10\,000, 1, 1) = 50$$

$$x(10, 10, 10) = 50$$

$$b) \quad K(\tau_1, \tau_2, \tau_3) =$$

$$3\tau_1 + 6\tau_2 + 3\tau_3$$

c)

$\tau$	$(1, 100, 1)$	$(10\,000, 1, 1)$	$(10, 10, 10)$
Kosten $K(\tau)$	606	30009	120

am kleinsten

## Aufgabe 9.5

$$K_x(x; y) = 20 + 2y$$

$$K_x(5; 6) = 32$$

$$\varepsilon_x(5; 6) = 32 \cdot \frac{5}{K(5; 6)} = 32 \cdot \frac{5}{320} = 0,5$$

d.h. wird von Gut I ein Prozent mehr hergestellt, so steigen die Kosten um etwa 0,5%.

$$K_y(x; y) = 10 + 2x$$

$$K_y(5; 6) = 20$$

$$\varepsilon_y(5; 6) = 20 \cdot \frac{6}{K(5; 6)} = 20 \cdot \frac{6}{320} = 0,375$$

d.h. wird von Gut II ein Prozent mehr hergestellt, so steigen die Kosten um etwa 0,375%.