

Technische Hochschule Köln
Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften
Prof. Dr. Arrenberg
Raum 221, Tel. 39 14
jutta.arrenberg@th-koeln.de

Übungen zur Vorlesung QM II

Ewige Renten

Aufgabe 9.1

Jemand möchte eine zukünftige ewige Jahresrente in Höhe von 6 000 Euro beziehen. Welchen Betrag muss er dazu heute bei einer Bank hinterlegen, wenn die Zinsen 1,2% p.a. betragen und wenn die erste Jahresrente

- a) gleichzeitig mit der Kapitalanlage ausgezahlt wird?
- b) ein Jahr nach der Kapitalanlage ausgezahlt wird?
- c) zwei Jahre nach der Kapitalanlage ausgezahlt wird?

Exercise 9.2

A company is running a competition in which the first prize is a perpetuity paying \$ 100 each year. Supposing an interest rate of 2,5% per annum compounded annually, how much money will the company need to fund the prize now if the first payment is made

- a) in one year's time?
- b) immediately?
- c) two years from now?

Lösung zu Aufgabe 9.1

- a) 6 000 = vorschüssige ewige Jahresrente

$$6\,000 = \frac{K_0 \cdot i}{q} \Leftrightarrow K_0 = 6\,000 \cdot \frac{q}{i} = 6\,000 \cdot \frac{1,012}{0,012} = 506\,000$$

d.h. es ist ein Betrag von 506 000 Euro bei der Bank zu hinterlegen.

- b) 6 000 = nachschüssige ewige Jahresrente

$$6\,000 = K_0 \cdot i \Leftrightarrow K_0 = \frac{6\,000}{i} = \frac{6\,000}{0,012} = 500\,000$$

d.h. es ist ein Betrag von 500 000 Euro bei der Bank zu hinterlegen.

- c) 6 000 = nachschüssige ewige Jahresrente

Der zwei Jahre vor der ersten Auszahlung eingezahlte Betrag x muss ein Jahr aufgezinnt werden, um das Startkapital K_0 für die nachschüssige ewige Jahresrente zu erhalten:

$$K_0 = x \cdot q = x \cdot 1,012$$

$$6\,000 = (x \cdot q) \cdot i \Leftrightarrow x = \frac{6\,000}{q \cdot i} = \frac{6\,000}{1,012 \cdot 0,012} = 494\,071,15$$

d.h. es ist ein Betrag von 494 071,15 Euro bei der Bank zu hinterlegen.

Solution of Exercise 9.2:

- a) $K_0 \cdot 0.025 = 100 \Leftrightarrow K_0 = \frac{100}{0.025} = 4,000$

This means that the company needs \$ 4,000.

- b) *1st Approach:*

$$100 = \frac{K_0 \cdot 0.025}{1.025} \Leftrightarrow K_0 = \frac{100 \cdot 1.025}{0.025} = 4,100$$

This means that the company needs \$ 4,100.

2nd Approach:

$$4,000 + 100 = 4,100$$

3rd Approach:

$$(K_0 - 100) \cdot 1.025 = K_0 \Leftrightarrow K_0 = \frac{100 \cdot 1.025}{0.025} = 4,100$$

- c) $K_0 \cdot 1.025^2 = 4,100 \Leftrightarrow K_0 = \frac{4,100}{1.025^2} = 3,902.44$

This means that the company needs \$ 3,902.44.