Mathematik-Klausur vom 09.02.2009 und Finanzmathematik-Klausur vom 10.02.2009

Studiengang B&FI DPO 2001:	Aufgaben 1,2,3,4	Dauer der Klausur: 90 Min
Studiengang BWL DPO 2003:	Aufgaben 1,2,3,4	Dauer der Klausur: 90 Min
Studiengang B&FI PO 2003:	Aufgaben 1,2,3,4	Dauer der Klausur: 90 Min
Studiengang Int. Bus. (Ba) PO 2004:	Aufgaben 1,2,3,4	Dauer der Klausur: 90 Min
Studiengang BWL (Ba) PO 2007:	Aufgaben 1,2,4,5	Dauer der Klausur: 90 Min
Studiengang B&FI (Ba) PO 2007:	Aufgaben 1,2,4,5	Dauer der Klausur: 90 Min
Studiengang Int. Bus. (Ba) PO 2007:	Aufgaben 1,2,4,5	Dauer der Klausur: 90 Min
Studiengang BWL (Ba) PO 2007:	Aufgaben 6,7	Dauer der Klausur: 45 Min
Studiengang B&FI (Ba) PO 2007:	Aufgaben 6,7	Dauer der Klausur: 45 Min
Studiengang WRE DPO 2004:	Aufgaben 6,7	Dauer der Klausur: 45 Min
Studiengang WRE (Ba) PO 2007:	Aufgaben 6,7	Dauer der Klausur: 45 Min

Aufgabe 1

a) Gegeben seien die folgenden drei Matrizen A,B, und C:
$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$
Berechnen Sie $A + B$ und $AC + BC$.

b) Ein Unternehmen arbeitet mit der Gewinnfunktion
$$G(x) = -3x^2 + 180x - 1\,500; \;\; 0 \leq x \leq 100.$$
Dabei sei x die Produktions- und Absatzmenge. Bestimmen Sie die Gewinnzone.

c) Bestimmen Sie die erste und die zweite Ableitung der folgenden Funktionen:

1. $f(x) = 50x - \dfrac{20}{x}; \;\; x > 0$
2. $g(x) = \ln(x^3 \cdot e^x); \;\; x > 0$

Aufgabe 2

Eine Wohnbaugesellschaft baut vier Häusertypen, die sich jeweils aus einer unterschiedlichen Anzahl von Ein-, Zwei- und Dreizimmerwohnungen zusammen setzen, wie der folgenden Tabelle zu entnehmen ist.

Haustyp	Anzahl Einzimmerwohnungen	Anzahl Zweizimmerwohnungen	Anzahl Dreizimmer wohnungen
I	8	10	1
II	6	8	2
III	5	7	3
IV	7	8	1

Für die nächste Bausaison haben sich 60 Bewerber für Einzimmerwohnungen, 78 Bewerber für Zweizimmerwohnungen und 21 Bewerber für Dreizimmerwohnungen gemeldet. Für die Bauplanung möchte die Wohnungsbaugesellschaft zunächst die Anzahl der zu bauenden unterschiedlichen Häusertypen ermitteln, so dass alle Interessenten die gewünschten Wohnungen bekommen und keine Wohnung leer steht. (Die Ein-, Zwei- und Dreizimmerwohnungen sollen jeweils gleich groß sein.)

a) Erstellen Sie das zugehörige Gleichungssystem.

b) Geben Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems an, ohne zunächst vorauszusetzen, dass die Lösung ganzzahlig und größer/gleich null sein sollte.

c) Wie viele Häuser des jeweiligen Häusertyps muss die Wohnungsgesellschaft bauen, um die Wünsche aller Bewerber zu befriedigen, ohne dass Wohnungen leer stehen?

d) Angenommen es kommen kurz vor Baubeginn noch fünf Interessenten für eine Einzimmerwohnung, sieben Interessenten für eine Zweizimmerwohnung und drei Interessenten für eine Dreizimmerwohnung hinzu. Wie viele Häuser würden Sie bei der veränderten Bewerberzahl bauen, um die Wünsche aller Bewerber zu befriedigen, ohne dass Wohnungen leer stehen?

Aufgabe 3

Jemand zahlt in den Jahren 2000 bis einschließlich 2010 monatlich vorschüssig 200 € auf ein Konto ein bei einem Jahreszins von 4%. Am 31.12.2006 erfolgt eine zusätzliche Einzahlung in Höhe von 20 000 € .

a) Wie hoch ist das Guthaben am 31.12.2010?

b) Ab dem 01.01.2011 werden zu Beginn eines jeden Monats 1 000 € abgehoben. In welchem Jahr erfolgt die letzte volle monatliche Abhebung?

c) Welcher Betrag könnte aus dem angesparten Guthaben ab dem 01.01.2011 zehn Jahre lang am Ende eines Vierteljahres abgehoben werden?

d) Unerwartet wird am 01.01.2012 ein Betrag abgehoben, der die geplanten vierteljährlichen Abhebungen aus c) von da an auf 1 200 € reduziert. Wie groß ist der entnommene Betrag?

Aufgabe 4

Die Herstellung von x ME des Gutes I und y ME des Gutes II verursacht die folgenden Kosten:

$$K(x, y) = x^2 + 4y^2 - xy + 100 \;\; ; x, y \in [0; 50]$$

Das erste Gut wird für 12 GE pro Stück verkauft, das zweite Gut für 54 GE pro Stück.

a) Geben Sie die Umsatzfunktion an.

b) Geben Sie die Gewinnfunktion an.

c) Gestimmen Sie den maximalen Gewinn.

d) Bestimmen Sie die minimalen Kosten, wenn von beiden Gütern zusammen insgesamt 40 Mengeneinheiten hergestellt werden sollen.

Aufgabe 5

Gegeben sei die Gesamtkostenfunktion $K(x)$ eines Monopolisten mit

$$K(x) = 9{,}5x^2 - 52x + 72 \ \ ; x \geq 0$$

Die produzierte Menge x kann am Markt gemäß der folgenden linearen Preis-Absatz Funktion abgesetzt werden:

$$p(x) = 20 - 0{,}5x$$

a) Bestimmen Sie den ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich der Preis-Absatz Funktion und der Kostenfunktion.

b) Berechnen Sie den maximalen Gewinn und den dazugehörigen Gewinnmaximalen Preis.

c) Für welchen Preis sind die Gesamtkosten des Monopolisten minimal? (Runden Sie Ihre Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen.)

d) Angenommen der Staat erhebt eine Steuer von 10 GE pro produzierter Mengeneinheit. Und der Monopolist schlägt die Steuer zu seinen Produktionskosten. Bestimmen Sie nun die Gewinn-Maximale Menge und zeigen Sie, dass der Monopolist von der Steuer nur 0,25 GE pro abgesetzter Mengeneinheit an den Konsumenten weitergeben kann.

Aufgabe 6

Für einen Hauskauf wird ein Kredit über 200 000 Euro aufgenommen.

a) Der Kredit soll bei 4,8% Jahreszinsen zurückgezahlt werden durch Annuitäten jeweils am Ende eines Jahres in Höhe von 14 000 Euro. Die erste Annuität ist fällig ein Jahr nach Kreditaufnahme. Wie viele volle Annuitäten sind zu leisten?

b) Der Kredit soll binnen zwanzig Jahren zurückgezahlt werden. Die Rückzahlung erfolgt durch gleich hohe Annuitäten jeweils am Ende eines Jahres. Die erste Annuität ist fällig ein Jahr nach Kreditaufnahme. Wie hoch sind bei einem Jahreszins von 4,8% die Annuitäten?

c) Der Kredit soll binnen zwanzig Jahren zurückgezahlt werden. In den ersten zehn Jahren nach der Kreditaufnahme beträgt der Jahreszins 4,8%, danach steigt der Jahreszins auf 5,2%. Die Rückzahlung erfolgt durch

- zehn Annuitäten über 11 600 Euro zahlbar jeweils am Ende eines Jahres. Der erste Betrag über 11 600 ist fällig ein Jahr nach Kreditaufnahme.
- sowie durch weitere gleich hohe Rückzahlungen jeweils am Ende eines Jahres, deren erster Betrag fällig ist elf Jahre nach Kreditaufnahme. Wie hoch sind diese weiteren jährlichen Zahlungen?

Aufgabe 7

Eine Aktiengesellschaft nimmt zur Finanzierung einer neuen Produktionsstätte bei ihrer Hausbank einen Kredit in Höhe von 1 000 000 GE auf. Dieser Betrag wird am 01.04.2002 ausgezahlt. Die erste Rückzahlung in Höhe von 300 000 GE erfolgt am 01.07.2005 und die zweite Rückzahlung in Höhe von 500 000 GE am 01.07.2007. Es wird ein jährlicher Zins von 5% vereinbart. Den Berechnungen wird die relative gemischte Verzinsung zu Grunde gelegt.

a) Die letzte Rückzahlung soll am 01.07.2009 erfolgen. In welcher Höhe ist die Restzahlung zum 01.07.2009 zu leisten? Wählen Sie als Bewertungsstichtag den 01.07.2009.

b) Die Aktiengesellschaft kommt aufgrund von Turbulenzen an den Kapitalmärkten zum Jahresende 2008 in ernsthafte finanzielle Schwierigkeiten. Zur Vermeidung der Zahlungsunfähigkeit schlägt die Hausbank folgende Modalitäten vor:

   1. Die Hausbank verzichtet auf 30% der am 31.12.2008 bestehenden Schuld.
   2. Die restlichen 70% der am 31.12.2008 bestehenden Schuld werden in zwei gleich hohen Beträgen zum 30.09.2010 und 30.11.2010 zurück gezahlt.

   Wie hoch sind die beiden gleich hohen zum 30.09.2010 und 30.11.2010 zu zahlenden Beträge? Wäheln Sie als Bewertungsstichtag den 31.12.2008.

c) Der Finanzvorstand der Aktiengesellschaft freut sich, dass die Hausbank 30% der am 31.12.2008 bestehenden Schuld erlassen will. Die restlichen 70% der am 31.12.2008 bestehenden Schuld möchte der Finanzvorstand aber am 30.06.2010 mit einem Betrag in Höhe von 373 000 GE begleichen. Welchem jährlichen Zinssatz entspricht dies für den Zeitraum 31.12.2008 bis 30.06.2010? Wählen Sie als Bewertungsstichtag den 31.12.2008.

Lösung zu Aufgabe 1:

a) $A+B=\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

$$AC+BC=(A+B)\cdot C=\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -2 & -10 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

b)
$$\begin{aligned} 0 &= -3x^2+180x-1\,500 \qquad \mid \div(-3) \\ 0 &= x^2-60x+500 \\ x &= 30\pm\sqrt{900-500}=30\pm 20 \\ x &= 50 \text{ oder } x=10 \end{aligned}$$

$G(0)=-1\,500$; d.h. Gewinnzone =(10;50)

c)
1. $f'(x)=50+\dfrac{20}{x^2}$ und $f''(x)=-\dfrac{40}{x^3}$
2. $g(x)=\ln(x^3\cdot e^x)=\ln(x^3)+\ln(e^x)=3\cdot\ln(x)+x\underbrace{\ln(e)}_{=1}=3\ln(x)+x$

   $g'(x)=\dfrac{3}{x}+1$ und $g''(x)=-\dfrac{3}{x^2}$

Lösung zu Aufgabe 2:

a) x_i=Anzahl der Häuser vom Typ i; $i = 1, 2, 3, 4$
Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lrcl} \text{I} & 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 & = & 60 \\ \text{II} & 10x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 8x_4 & = & 78 \\ \text{III} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 & = & 21 \end{array}$$

b) Gaußalgorithmus:

Zeile	x_1	x_2	x_3	x_4		Operation
1	8	6	5	7	60	
2	10	8	7	8	78	
3	$\boxed{1}$	2	3	1	21	
4	1	2	3	1	21	3
5	0	-12	-23	-2	-132	2 $-10 \cdot$ 3
6	0	$\boxed{-10}$	-19	-1	-108	1 $-8 \cdot$ 3
7	1	2	3	1	21	4
8	0	10	19	1	108	$(-1) \cdot$ 6
9	0	0	-1	-4	-12	$5 \cdot$ 5 $-6 \cdot$ 6

9 $-x_3 - 4x_4 = -12 \Rightarrow x_3 = 12 - 4x_4$
8 $10x_2 + 19(12 - 4x_4) + x_4 = 108 \Rightarrow x_2 = -12 + 7{,}5x_4$
7 $x_1 + 2(-12 + 7{,}5x_4) + 3(12 - 4x_4) + x_4 = 21 \Rightarrow x_1 = 9 - 4x_4$
Lösungsmenge des Gleichungssystems:

$$\mathbb{L} = \{ \begin{pmatrix} 9 - 4x_4 \\ -12 + 7{,}5x_4 \\ 12 - 4x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} ; x_4 \in \mathbb{R} \}$$

c) Nicht negative Lösungen:
$x_1 = 9 - 4x_4 \geq 0 \Rightarrow 9 \geq 4x_4 \Rightarrow x_4 \leq 2{,}25$
$x_2 = -12 + 7{,}5x_4 \geq 0 \Rightarrow 7{,}5x_4 \geq 12 \Rightarrow x_4 \geq 1{,}6$
$x_3 = 12 - 4x_4 \geq 0 \Rightarrow 12 \geq 4x_4 \Rightarrow x_4 \leq 3$
$x_4 \geq 0$

d.h. $\mathbb{L} = \{ \begin{pmatrix} 9 - 4x_4 \\ -12 + 7{,}5x_4 \\ 12 - 4x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} ; x_4 \in [1{,}6\,;\, 2{,}25] \}$

Ganzzahlige nicht negative Lösungen, d.h. $x_4 = 2$
Lösung für den Fall $x_4 = 2$: $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = 2$
d.h. es müssen eine Wohnung vom Typ I, drei Wohnungen vom Typ II, vier Wohnungen vom Typ III und zwei Wohnungen vom Typ IV gebaut werden.

d) *1. Lösungsweg:*
Es muss lediglich ein Haus vom Typ III mehr gebaut werden; d.h. es müssen eine ($x_1 = 1$) Wohnung vom Typ I, drei ($x_2 = 3$)Wohnungen vom Typ II, fünf ($x_3 = 4 + 1 = 5$) Wohnungen vom Typ III und zwei ($x_4 = 2$) Wohnungen vom

Typ IV gebaut werden.

2. Lösungsweg: Gaußalgorithmus:

Zeile	x_1	x_2	x_3	x_4		Operation
①	8	6	5	7	65	
②	10	8	7	8	85	
③	$\boxed{1}$	2	3	1	24	
④	1	2	3	1	24	③
⑤	0	-12	-23	-2	-155	②$-10\cdot$③
⑥	0	$\boxed{-10}$	-19	-1	-127	①$-8\cdot$③
⑦	1	2	3	1	24	④
⑧	0	10	19	1	127	$(-1)\cdot$⑥
⑨	0	0	-1	-4	-13	$5\cdot$⑤$-6\cdot$⑥

⑨ $-x_3 - 4x_4 = -13 \Rightarrow x_3 = 13 - 4x_4$

⑧ $10x_2 + 19(13 - 4x_4) + x_4 = 127 \Rightarrow x_2 = -12 + 7{,}5x_4$

⑦ $x_1 + 2(-12 + 7{,}5x_4) + 3(13 - 4x_4) + x_4 = 24 \Rightarrow x_1 = 9 - 4x_4$

Lösungsmenge des Gleichungssystems:

$$\mathbb{L} = \left\{ \begin{pmatrix} 9 - 4x_4 \\ -12 + 7{,}5x_4 \\ 13 - 4x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} ; x_4 \in \mathbb{R} \right\}$$

Nicht negative Lösungen:

$x_1 = 9 - 4x_4 \geq 0 \Rightarrow 9 \geq 4x_4 \Rightarrow x_4 \leq 2{,}25$

$x_2 = -12 + 7{,}5x_4 \geq 0 \Rightarrow 7{,}5x_4 \geq 12 \Rightarrow x_4 \geq 1{,}6$

$x_3 = 13 - 4x_4 \geq 0 \Rightarrow 13 \geq 4x_4 \Rightarrow x_4 \leq 3{,}25$

$x_4 \geq 0$

d.h. $\mathbb{L} = \left\{ \begin{pmatrix} 9 - 4x_4 \\ -12 + 7{,}5x_4 \\ 13 - 4x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} ; x_4 \in [1{,}6\,;\, 2{,}25] \right\}$

Ganzzahlige nicht negative Lösungen, d.h. $x_4 = 2$

Lösung für den Fall $x_4 = 2$: $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 5, x_4 = 2$

d.h. es müssen eine Wohnung vom Typ I, drei Wohnungen vom Typ II, fünf Wohnungen vom Typ III und zwei Wohnungen vom Typ IV gebaut werden.

Lösung zu Aufgabe 3:

a) $200 \cdot (12 + 6{,}5 \cdot 0{,}04) \cdot \dfrac{1{,}04^{11} - 1}{0{,}04} + 20\,000 \cdot 1{,}04^4 = 56\,465{,}70$

d.h. das Guthaben beträgt 56 465,70 € .

b) $r_J = 1\,000 \cdot [12 + 6{,}5 \cdot 0{,}04) = 12\,260$

$n = -\dfrac{\ln[1 - \frac{56\,465{,}70}{12\,260} \cdot 0{,}04]}{\ln 1{,}04} = 5{,}19$

d.h. im Jahr 2016 erfolgt die letzte volle monatliche Auszahlung.

c) $56\,465{,}70 \cdot 1{,}04^{10} = r_J \cdot \dfrac{1{,}04^{10}-1}{0{,}04} \Rightarrow r_J = 6\,961{,}71$

$6\,961{,}71 = r_Q(4 + 1{,}5 \cdot 0{,}04) \Rightarrow r_Q = 1\,714{,}71$

d.h. die Quartalsraten betragen 1 714,71 € .

d) $56\,465{,}70 \cdot 1{,}04 - 6\,961{,}71 = 51\,762{,}62$

$51\,762{,}62 - x = 1\,200(4 + 1{,}5 \cdot 0{,}04) \cdot \dfrac{1{,}04^9 - 1}{0{,}04} \cdot \dfrac{1}{1{,}04^9} \Rightarrow x = 15\,537{,}68$

d.h. es wurden 15 537,68 € entnommen.

Lösung zu Aufgabe 4:

a) $U(x,y) = 12x + 54y \;\; ; x, y \in [0; 50]$

b) $G(x,y) = U(x,y) - K(x,y) = 12x + 54y - x^2 - 4y^2 + xy - 100 \;\; ; x, y \in [0; 50]$

c) $$\begin{array}{ll} G_x(x,y) = 12 - 2x + y & G_{xx}(x,y) = -2 \\ G_y(x,y) = 54 - 8y + x & G_{yy}(x,y) = -8 \\ & G_{xy}(x,y) = 1 \end{array}$$

Notwendige Bedingung:

$$\begin{array}{llcll} \text{I} & 0 & = & 12 - 2x + y & \\ \text{II} & 0 & = & 54 - 8y + x & \\ \hline \text{I} + 2 \cdot \text{II} & 0 & = & 120 - 15y & \Rightarrow y = 8 \\ \text{II} & 0 & = & 54 - 64 + x & \Rightarrow x = 10 \end{array}$$

Hinreichende Bedingung:

$D(x,y) = (-2) \cdot (-8) - 1^2 = 15 >_{\text{immer}} 0$

$G_{xx}(x,y) = -2 <_{\text{immer}} 0$

d.h. (10;8) glob. Max

$G(10;8) = 176$

d.h. der maximale Gewinn beträgt 176 GE.

d) $x + y = 40 \Rightarrow x = 40 - y$

$K(y) = (40-y)^2 + 4y^2 - (40-y) \cdot y + 100 = 6y^2 - 120y + 1700$

Notwendige Bedingung:

$0 = K'(y) = 12y - 120 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow x = 40 - 10 = 30$

Hinreichende Bedingung:

$K''(y) = 12 >_{\text{immer}} 0$

d.h. $K(x,y)$ hat in (30;10) ein golb. Min unter Berücksichtigung der Nebenbedingung.

$K(30;10) = 1\,100$

d.h. die minimalen Kosten unter Berücksichtigung der Nebenbedingung betragen 1 100 GE.

Lösung zu Aufgabe 5:

a)

x	p
0	20
40	0

d.h. $x \in [0; 40]$

b) $$\begin{aligned} G(x) &= 20x - 0{,}5x^2 - 9{,}5x^2 + 52x - 72 = -10x^2 + 72x - 72 \\ G'(x) &= -20x + 72 \\ G''(x) &= -20 \end{aligned}$$
Notwendige Bedingung:
$0 = -20x + 72 \Leftrightarrow x = 3{,}6$
Hinreichende Bedingung:
$G''(x) = -20 <_{\text{immer}} 0$; d.h. $x = 3{,}6$ glob. Max
$G(3{,}6) = 57{,}6$ GE
$p(3{,}6) = 18{,}2$ GE

c) *1. Lösungsweg:*
$x(p) = ?$
$p = 20 - 0{,}5x \Rightarrow p + 0{,}5x = 20 \Rightarrow x = 40 - 2p$
$$\begin{aligned} K(p) &= 9{,}5(40 - 2p)^2 - 52(40 - 2p) + 72 \\ &= 15\,200 - 1\,520p + 38p^2 - 2\,080 + 104p + 72 \\ &= 38p^2 - 1\,416p + 13\,192 \\ K'(p) &= 76p - 1\,416 \\ K''(p) &= 76 \end{aligned}$$
Notwendige Bedingung:
$0 = 76p - 1\,416 \Rightarrow p = 18{,}63$
Hinreichende Bedingung:
$K''(p) = 76 >_{\text{immer}} 0$; d.h. $p = 18{,}63$ glob. Min.
2. Lösungsweg:
Notwendige Bedingung:
$0 = K'(x) = 19x - 52 \Rightarrow x = 2{,}74 \Rightarrow p = 20 - 0{,}5 \cdot 2{,}74 = 18{,}63$
Hinreichende Bedingung:
$K''(x) = 19 >_{\text{immer}} 0$; d.h. $x = 2{,}74$ glob. Min
d.h. der Kosten-minimale Preis beträgt 18,63 GE

d)
1. $$\begin{aligned} G(x) &= -10x^2 + 72x - 72 - 10x = -10x^2 + 62x - 72 \\ G'(x) &= -20x + 62 \\ G''(x) &= -20 \end{aligned}$$
   Notwendige Bedingung:
   $0 = -20x + 62 \Leftrightarrow x = 3{,}1$
   Hinreichende Bedingung:
   $G''(x) = -20 <_{\text{immer}} 0$; d.h. $x = 3{,}1$ glob. Max
2. $p(3{,}1) = 20 - 0{,}5 \cdot 3{,}1 = 18{,}45$ Gewinn-maximaler Preis mit Steuer
   $p = 18{,}2$ GE Gewinn-maximaler Preis ohne Steuer aus b)
   Differenz $18{,}45 - 18{,}2 = 0{,}25$ GE

Lösung zu Aufgabe 6:

a) $n = -\dfrac{\ln\left[1 - \frac{200\,000}{14\,000} \cdot 0{,}048\right]}{\ln 1{,}048} = 24{,}7$
d.h. es sind vierundzwanzig volle Annuitäten zu zahlen.

b) $A = \dfrac{200\,000 \cdot 1{,}048^{20} \cdot 0{,}048}{1{,}048^{20} - 1} = 15\,777{,}49$
d.h. die Annuitäten betragen 15 777,49 Euro.

c) $K_{10} = 200\,000 \cdot 1{,}048^{10} - 11\,600 \cdot \dfrac{1{,}048^{10} - 1}{0{,}048} = 175\,077{,}81$

$175\,077{,}81 \cdot 1{,}052^{10} = A \cdot \dfrac{1{,}052^{10} - 1}{0{,}052} \Rightarrow A = 22\,894{,}12$
d.h. die weiteren Jahreszahlungen betragen 22 894,12 Euro.

Lösung zu Aufgabe 7:

a) Schulden = Rückzahlungen
$1\,000\,000 \cdot 1{,}05^7 \cdot (1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}05) = 300\,000 \cdot 1{,}05^4 + 500\,000 \cdot 1{,}05^2 + x \Rightarrow x = 508\,787{,}30$
d.h. die dritte Rückzahlung beträgt 508 787,30 GE.

b) Schulden am 31.12.2008:
$1\,000\,000 \cdot 1{,}05^6 \cdot (1 + \frac{3}{4} \cdot 0{,}05) - 300\,000 \cdot 1{,}05^3 \cdot (1 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}05) - 500\,000 \cdot 1{,}05 \cdot (1 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}05) = 496\,254{,}54$
70% von $496\,254{,}54 = 347\,378{,}18$
$347\,378{,}18 = \dfrac{x}{1{,}05 \cdot (1 + \frac{9}{12} \cdot 0{,}05)} + \dfrac{x}{1{,}05 \cdot (1 + \frac{11}{12} \cdot 0{,}05)} = 1{,}8286x$
$\Rightarrow x = 189\,969{,}40$
d.h. die beiden Zahlungen betragen 189 969,40 GE.

c) Schulden = Rückzahlungen

$$\begin{aligned}
347\,378{,}18 &= \frac{373\,000}{q \cdot (1 + 0{,}5 \cdot (q - 1))} = \frac{373\,000}{0{,}5q^2 + 0{,}5q} \\
0{,}5q^2 + 0{,}5q &= \tfrac{373\,000}{347\,378{,}18} = 1{,}078 \\
q^2 + q - 2{,}1475 &= 0 \\
q &= -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 2{,}1475} \\
q &= -0{,}5 \pm 1{,}5484 \\
q &= 1{,}0484 \text{ oder } \underbrace{q = 2{,}0484}_{\notin \text{Def.-bereich}}
\end{aligned}$$

d.h. der Jahreszins beträgt 4,84%.