

# Statistik-Klausur vom 01.10.2012

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

## Aufgabe 1

Ein Unternehmensanalytistenteam vermutet, dass in der betrachteten Spezialchemiebranche Ölpreisveränderungen auf der Einkaufsseite an die Kunden (Absatzseite) weitergegeben werden. Daher hat das Team für die letzten vier Jahre für ein zu analysierendes Spezialchemieunternehmen den Umsatz eines Jahres in Mio. EUR sowie den durchschnittlichen Ölpreis eines Jahres in USD pro Barrel erhoben und in der folgenden Tabelle erfasst. Zudem wurden die prozentualen Veränderungen des Umsatzes und des Ölpreises ermittelt.

Jahr	Umsatz in Mio. EUR	Ölpreis in USD pro Barrel	Veränderungen der Umsätze gegenüber dem Vorjahr in %	Veränderungen des Ölpreises gegenüber dem Vorjahr in %
2008	8	91	+30,00	-
2009	4	62	-50,00	-31,87
2010	8	80	+100,00	+29,03
2011	10	107	+25,00	+33,75

- Ermitteln Sie eine geeignete statistische Maßzahl zur Messung des linearen Zusammenhangs zwischen dem Umsatz und dem Ölpreis. Beurteilen Sie die Stärke des Zusammenhangs.
- Für das Jahr 2012 erwartet das Unternehmensanalytistenteam aufgrund der anhaltenden Staatsschuldenkrise einen durchschnittlichen Öleinkaufspreis von 110 USD pro Barrel. Mit welchem Umsatz kann für das Jahr 2012 gerechnet werden? Für wie verlässlich halten Sie die Prognose? (Begründen Sie Ihre Antwort!)
- Das Unternehmen hat für das Jahr 2012 einen Umsatz von 9000 Tausend EUR prognostiziert. Mit welchem durchschnittlichen Ölpreis hat das Unternehmen für das Jahr 2012 geplant? Wie beurteilen Sie diese Prognose? (Begründen Sie Ihre Antwort!)
- Wie hoch war die durchschnittliche prozentuale jährliche Veränderung des Ölpreises von Ende 2008 bis Ende 2011?
- Wie hoch war die durchschnittliche prozentuale jährliche Veränderung des Umsatzes von Ende 2007 bis Ende 2010?

## Aufgabe 2

Ein Marktforschungsinstitut möchte für den Bekanntheitsgrad eines Produkts ein 92%-Konfidenzintervall berechnen.

- Wie hoch ist der Stichprobenumfang mindestens zu wählen, damit das gesuchte Konfidenzintervall höchstens die Breite von acht Prozentpunkten hat?
- Das Institut befragt 500 Personen. Von den Befragten kannten 347 das Produkt. Berechnen und interpretieren Sie das gesuchte Konfidenzintervall.

### Aufgabe 3

In einer Produktionshalle stehen zwölf Maschinen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Maschine in einem Jahr ausfällt, beträgt 6%. Nehmen Sie vereinfachend an, dass der Ausfall der Maschinen voneinander stochastisch unabhängig ist und dass jede Maschine pro Jahr höchstens einmal ausfällt.

a) Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten: In einem Jahr ...

1. fällt keine der Maschinen aus.
2. fällt genau eine der Maschinen aus.
3. fallen genau zwei Maschinen aus.

b) Die Firma ist gegen das Risiko der Betriebsunterbrechung (BU) versichert. Die Versicherung bezahlt 50 TEUR pro ausgefallener Maschine und Jahr, sofern mindestens 25% der Maschinen ausfallen.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des BU - Falles.
2. Wie hoch sind Minimal- und Maximalleistung der Versicherung und in welchen Fällen werden diese gewährt?
3. Ist der Erwartungswert der Versicherungsleistung gleich dem arithmetischen Mittel aus Minimal- und Maximalleistung? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

*Lösung zu Aufgabe 1:*

$X$ =Umsatz (in Mio Euro)

$Y$ =Ölpreis (in USD pro Barrel)

$x_i$	$y_i$	$x_i \cdot y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$
8	91	728	64	8281
4	62	248	16	3844
8	80	640	64	6400
10	107	1 070	100	11 449
30	340	2 686	244	29 974

$$a) b_1 = \frac{4 \cdot 2\,686 - 30 \cdot 340}{4 \cdot 244 - 30^2} = \frac{544}{76} = 7,157895$$

$$b_2 = \frac{544}{4 \cdot 29\,974 - 340^2} = \frac{544}{4\,296} = 0,1266294$$

$$r = \sqrt{7,157895 \cdot 0,1266294} = 0,95205$$

d.h. es besteht ein starker positiver linearer Zusammenhang zwischen der Höhe des Umsatzes und der Höhe des Ölpreises.

b) Gesucht:  $a_2 + b_2 \cdot 110 = ?$

$$a_2 = \frac{30 - 0,1266294 \cdot 340}{4} = -3,263499$$

$$-3,263499 + 0,1266294 \cdot 110 = 10,66574$$

d.h. es ist mit einem Umsatz von etwa 11 Mio. EUR zu rechnen. Die Berechnung ist nicht verlässlich, da es sich um eine Extrapolation handelt.

c) Gesucht  $a_1 + b_1 \cdot 9 = ?$

$$a_1 = \frac{340 - 7,157895 \cdot 30}{4} = 31,31579$$

$$31,31579 + 7,157895 \cdot 9 = 95,73684$$

d.h. das Unternehmen hat mit einem durchschnittlichen Ölpreis von etwa 96 USD pro Barrel geplant. Die Berechnung ist verlässlich, da es sich um eine Interpolation bei gleichzeitigem Vorliegen einer starken Korrelation handelt.

d)

Jahr	Ölpreis	Rate	Faktor
2008	91	—	—
2009	62	-31,87	0,6813
2010	80	+29,03	1,2903
2011	107	+33,75	1,3375

1. Lösungsweg:

$$\sqrt[3]{\frac{107}{91}} = 1,055474$$

d.h. im Zeitraum von Ende 2008 bis Ende 2011 ist der Ölpreis durchschnittlich pro Jahr um etwa 5,5% gestiegen.

2. Lösungsweg:

$${}^{2011-2008}\sqrt{0,6813 \cdot 1,2903 \cdot 1,3375} = \sqrt[3]{1,175771} = 1,055458$$

e)

Jahr	Rate	Faktor
2007	—	—
2008	+30,00	1,30
2009	-50,00	0,50
2010	+100,00	2,00
2011	+25,00	1,25

$${}^{2010-2007}\sqrt{1,30 \cdot 0,50 \cdot 2,00} = \sqrt[3]{1,3} = 1,091393$$

d.h. im Zeitraum von Ende 2007 bis Ende 2010 ist der Umsatz durchschnittlich pro Jahr um etwa 9,1% gestiegen.

Lösung zu Aufgabe 2:

$$a) n \geq \frac{1,7507^2 \cdot 0,25}{0,04^2} = 478,9$$

d.h. der Mindeststichprobenumfang muss 479 betragen.

b) Faustregel  $n = 500 \geq 100$  ist erfüllt!

$$\frac{347}{500} \pm 1,7507 \cdot \sqrt{\frac{\frac{347}{500} \cdot \frac{153}{500}}{500}} = 0,694 \pm 0,036 = [0,658; 0,730]$$

d.h. [66%;73%] ist ein geschätztes Intervall für den Bereich, in dem der Bekanntheitsgrad des Produkts mit einer Wahrscheinlichkeit von 92% liegt.

Lösung zu Aufgabe 3:

$X$  = Anzahl der ausgefallenen Maschinen in einem Jahr

$X \sim \text{BV}(n = 12; p = 0,06)$

- a)
1.  $P(X = 0) = \binom{12}{0} \cdot 0,06^0 \cdot 0,94^{12} = 0,4759$
  2.  $P(X = 1) = \binom{12}{1} \cdot 0,06^1 \cdot 0,94^{11} = 0,3645$
  3.  $P(X = 2) = \binom{12}{2} \cdot 0,06^2 \cdot 0,94^{10} = 0,1280$

b)  $0,25 \cdot 12 = 3$  Maschinen

1.  $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0,4749 - 0,3645 - 0,1280 = 0,0316$
2. Minimalleistung =  $3 \cdot 50 = 150$   
d.h. die Minimalleistung beträgt 150 TEUR und wird geleistet, falls genau drei Maschinen im Jahr ausgefallen sind.  
Maximalleistung  $12 \cdot 50 = 600$   
d.h. die Maximalleistung beträgt 600 TEUR und wird geleistet, falls alle Maschinen im Jahr ausgefallen sind.
3. arithmetisches Mittel  $\bar{x} = 0,5 \cdot (150 + 600) = 375$

$Y =$  Höhe der Leistungen der Versicherung

$x$	$y$	$P(Y = y)$
0, 1, 2	0	$0,4759 + 0,3645 + 0,1280 = 0,9684$
3	150	0,0272
4	200	0,0039
5	250	0,0004
6	300	$\approx 0$
$\vdots$		
12	600	$\approx 0$

1. Lösungsweg:

$$E[Y] \approx 0 \cdot 0,9684 + 150 \cdot 0,0272 + 200 \cdot 0,0039 + 250 \cdot 0,0004 = 4,96$$

d.h. das arithmetische Mittel der beiden Extremfälle und der Erwartungswert sind nicht identisch.

2. Lösungsweg:

$Y$  ist nicht uniform-verteilt auf den beiden Punkten 150 und 600, deshalb stimmt  $E[Y]$  nicht überein mit dem arithmetischen Mittel.