

Statistik-Klausur vom 02.02.2011

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Aufgabe 1

Im Rahmen der Unternehmensanalyse verschiedener Konkurrenzunternehmen im Bereich der Energieversorgung wird vermutet, dass es einen Zusammenhang zwischen der Höhe der Abschreibungen und der Höhe der Personalaufwendungen gibt. Darüber hinaus erwarten die Analysten ebenfalls einen Zusammenhang zwischen den Personalaufwendungen und der Anzahl der Maschinen.

Um die möglichen Zusammenhänge zwischen Abschreibungen und Personalaufwendungen sowie Personalaufwendungen und Anzahl der Maschinen bestimmen zu können, werden für sechs Energieversorgungsunternehmen die Höhe der Abschreibungen, die Höhe der Personalaufwendungen sowie die Anzahl der jeweiligen Maschinen ermittelt und tabellarisch erfasst (siehe folgende Tabelle).

Unternehmen	Abschreibungen (in Mio. EUR)	Personalaufwendungen (in Mio. EUR)	Anzahl Maschinen
<i>A</i>	4	12	15
<i>B</i>	8	11	30
<i>C</i>	12	8	36
<i>D</i>	12	6	45
<i>E</i>	18	5	40
<i>F</i>	24	6	50

- Ermitteln Sie eine geeignete statistische Maßzahl zur Messung des linearen Zusammenhangs zwischen den Abschreibungen und dem Personalaufwand. Beurteilen Sie die Stärke des Zusammenhangs.
- Die Abschreibungen von Unternehmen „Glanzvoll“ betragen 17 Mio. EUR. Mit welcher Höhe des Personalaufwands kann bei Unternehmen „Glanzvoll“ gerechnet werden? Für wie verlässlich halten Sie die Prognose? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Bei Unternehmen „Toll“ werden voraussichtlich Abschreibungen von 24 Tausend EUR anfallen. Welche Höhe des Personalaufwands kann Unternehmen „Toll“ erwarten? Wie beurteilen Sie diese Prognose? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Welche Aussage wird durch die Ermittlung der statistischen Maßzahl Kovarianz bezweckt? Berechnen Sie die Kovarianz für die Variablen Anzahl Maschinen und Personalaufwand (in Mio. Euro).

Aufgabe 2

Die Süddeutsche Zeitung veröffentlichte am 11.11.2010 folgende Zahlen für die deutsche Wirtschaft (Schätzung für 2010, Prognose für 2011):

Jahr	Veränderung gegenüber Vorjahr in %		Arbeitslosenquote in %	Staatl. Defizit/Überschuss in % des BIP
	BIP	Exporte		
2008	+1,0	+2,5	7,8	+0,1
2009	-4,7	-14,3	8,2	-3,0
2010	+3,7	+15,5	7,7	-3,7
2011	+2,2	+6,7	7,0	-2,4

- Um wie viel Prozent wird sich das BIP voraussichtlich im Zeitraum vom 01.01.2008 bis 31.12.2011 insgesamt verändern?
- Um wie viel Prozent wird sich das BIP voraussichtlich im Zeitraum vom 01.01.2008 bis 31.12.2011 durchschnittlich pro Jahr verändern?
- Ende 2009 betrug der Wert des BIP 2 404,4 Mrd. Euro. Wie hoch (in Mrd. Euro) ist voraussichtlich das BIP Ende 2011?
- Ende 2009 betrug der Wert des BIP 2 404,4 Mrd. Euro. Wie hoch (in Mrd. Euro) war im selben Jahr das staatliche Defizit?
- Die Inflationsrate für das Jahr 2010 betrug etwa 1,1%. Um wie viel Prozent ist im Jahr 2010 das BIP real gestiegen?

Aufgabe 3

Gegeben sei die diskrete Zufallsvariable X mit folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$P(X = 0) = 0,30$$

$$P(X = 1) = 0,40$$

$$P(X = 2) = 0,20$$

$$P(X = 3) = 0,07$$

$$P(X = 4) = 0,03$$

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable X einen Wert von weniger als 3 annimmt.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable X einen Wert von mehr als 1 und höchstens 3 annimmt.
- Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen X . Was sagt dieser Erwartungswert aus?
- Berechnen Sie die Standardabweichung der Zufallsvariablen X . Was gibt die Standardabweichung an?
- Berechnen Sie die größte reelle Zahl c mit der Eigenschaft $P(X \geq c) \geq 0,05$.

Lösung zu Aufgabe 1

X =Höhe der Abschreibungen (in Mio. EUR)

Y =Personalaufwand (in Mio. EUR)

Lineare Regression (Arbeitstabelle):

x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
4	12			
8	11			
12	8			
12	6			
18	5			
24	6			
78	48	538	1 268	426

$$a) \quad b_1 = \frac{6 \cdot 538 - 78 \cdot 48}{6 \cdot 1\,268 - 78^2} = \frac{-516}{1\,524} = -0,3385827$$

$$b_2 = \frac{-516}{6 \cdot 426 - 48^2} = \frac{-516}{252} = -2,047619$$

$$r = -\sqrt{(-0,3385827) \cdot (-2,047619)} = -0,8326394$$

d.h. es liegt ein starker negativer linearer Zusammenhang vor.

$$b) \quad x = 17 \text{ Gesucht } a_1 + b_1 \cdot 17 = ?$$

$$a_1 = \frac{48 - (-0,3385827) \cdot 78}{6} = 12,4015748$$

$$12,4015748 - 0,3385827 \cdot 17 = 6,645669$$

d.h. es ist mit einem Personalaufwand von etwa 7 Mio. EUR zu rechnen. Die Prognose ist verlässlich, da Interpolation sowie starke Korrelation vorliegen.

$$c) \quad x = 0,024$$

$$a_1 + b_1 \cdot 0,024 = 12,4015748 - 0,3385827 \cdot 0,024 = 12,39345$$

d.h. es ist mit einem Personalaufwand von etwa 12 Mio. EUR zu rechnen. Die Prognose ist nicht verlässlich, da Extrapolation vorliegt.

$$d) \quad Y = \text{Personalaufwand (in Mio. EUR)}$$

Z = Maschinenanzahl

$$s_{yz} = \frac{1}{6} [12 \cdot 15 + 11 \cdot 30 + 8 \cdot 36 + 6 \cdot 45 + 5 \cdot 40 + 6 \cdot 50] - \frac{48}{6} \cdot \frac{216}{6}$$

$$= \frac{1\,568}{6} - 288 = -26,6$$

Das Vorzeichen einer empirischen Kovarianz gibt die Richtung eines möglichen linearen Zusammenhangs an.

Lösung zu Aufgabe 2

$$a) \quad 1,01 \cdot 0,953 \cdot 1,037 \cdot 1,022 = 1,020103$$

d.h. im Zeitraum vom 01.01.2008 bis 31.12.2011 wird das Bruttoinlandsprodukt voraussichtlich um 2,0 % insgesamt gestiegen sein.

$$b) \quad \sqrt[2011-2007]{1,01 \cdot 0,953 \cdot 1,037 \cdot 1,022} = \sqrt[4]{1,020103} = 1,004988$$

d.h. im Zeitraum vom 01.01.2008 bis 31.12.2011 wird das Bruttoinlandsprodukt voraussichtlich um 0,5 % durchschnittlich pro Jahr gestiegen sein.

$$c) \quad 2\,404,4 \cdot 1,037 \cdot 1,022 = 2\,548,2$$

d.h. das BIP wird Ende 2011 voraussichtlich 2 548,2 Mrd. Euro betragen.

d) $2404,4 \cdot 0,03 = 72,1$

d.h. im Jahr 2009 betrug das staatliche Defizit 72,1 Mrd. Euro.

e) $Q = \frac{W}{P} = \frac{1,037}{1,011} = 1,0257$

d.h. im Jahr 2010 ist das BIP um etwa 2,6 % real gestiegen.

Lösung zu Aufgabe 3

a) $P(X < 3) = 0,30 + 0,40 + 0,20 = 0,9$

b) $P(X = 2) + P(X = 3) = 0,20 + 0,07 = 0,27$

c) $E[X] = 0 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,07 + 4 \cdot 0,03 = 1,13$ d.h. im Mittel ist bei Durchführung des zugehörigen Zufallsexperiments mit einem Wert von 1,13 zu rechnen.

d) $V[X] = (0 - 1,13)^2 \cdot 0,3 + (1 - 1,13)^2 \cdot 0,4 + (2 - 1,13)^2 \cdot 0,2 + (3 - 1,13)^2 \cdot 0,07 + (4 - 1,13)^2 \cdot 0,03 = 1,0331$

$$\sqrt{V[X]} = \sqrt{1,0331} = 1,016415$$

Die Standardabweichung ist eine Maßzahl für die Streuung der Verteilung.

e) $c = 3$; denn $P(X \geq 3) = 0,10 \geq 0,05$.