

# Statistik-Klausur vom 08.07.2011

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

## Aufgabe 1

Der Branchenverband hat die jährlichen Umsätze von 80 mittelständischen Unternehmen der Branche erhoben und in der folgenden Tabelle erfasst. Darüber hinaus wurde jeweils die prozentuale Veränderung gegenüber dem Vorjahr der in der Branche insgesamt angefallenen Umsätze vom 01.01.2007 bis zum 31.12.2010 ermittelt und ebenfalls in die Tabelle aufgenommen.

Klasse Nr.	Umsätze (in Mio EUR) am Ende des Jahres	Anzahl Unternehmen	Jahr	Veränderung der Umsätze gegenüber dem Vorjahr in %
1	0 bis 600	20	2007	+10,4
2	über 600 bis 1 500	16	2008	+4,8%
3	über 1 500 bis 2 400	36	2009	-2,5%
4	über 2 400	8	2010	+3,6%
Summe		80		

- Welcher Umsatz wird von 50 Prozent der Unternehmen nicht überschritten?
- Wie viel Prozent der Unternehmen erwirtschaften einen höheren Jahresumsatz als 1 005 Mio. EUR?
- Ermitteln Sie den Median und erläutern Sie die Aussage dieses Lageparameters.
- Wie ist die Spannweite definiert? Kann diese bei den vorliegenden klassierten Daten als Parameter verwendet werden? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.
- Um wie viel Prozent haben sich die Umsätze im Zeitraum vom 01.01.2007 bis 31.12.2010 insgesamt verändert?
- Um wie viel Prozent haben sich die Umsätze im Zeitraum 01.01.2008 bis 31.12.2010 durchschnittlich pro Jahr verändert?

## Aufgabe 2

Ein Unternehmen betreut zwei Bauprojekte A und B. Bei Projekt A geht das Unternehmen davon aus, dass das ursprünglich veranschlagte Budget mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% eingehalten wird., bei Projekt B schätzt das Unternehmen diese Wahrscheinlichkeit auf 70%. Die Wahrscheinlichkeit, dass das jeweilige ursprünglich veranschlagte Budget bei beiden Bauprojekten eingehalten werden kann, veranschlagt das Unternehmen mit 60%.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei mindestens einem der beiden Bauprojekte das Budget eingehalten?

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei keinem der beiden Bauprojekte das Budget eingehalten?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei genau einem der beiden Bauprojekte das Budget eingehalten?
- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird nur bei Bauprojekt A das Budget eingehalten?
- e) Sind die Ereignisse „Budget wird bei Bauprojekt A eingehalten“ und „Budget wird bei Bauprojekt B eingehalten“ stochastisch unabhängig?

### Aufgabe 3

Eine Telefongesellschaft möchte eine Werbekampagne starten, um 10 000 neue Kunden zu gewinnen. Das Unternehmen teilt seine Kunden in A-, B- und C-Kunden ein. Bei den Neukunden geht das Unternehmen von folgenden Daten aus:

- A-Kunde, durchschnittlicher Umsatz von 100 € pro Monat pro A-Kunde, insgesamt 22% des neuen Kundenstamms werden A-Kunden sein
  - B-Kunde, durchschnittlicher Umsatz von 50 € pro Monat pro -Kunde, insgesamt 58% des neuen Kundenstamms werden B-Kunden sein
  - C-Kunde, durchschnittlicher Umsatz von 10 € pro Monat pro C-Kunde, insgesamt 20% des neuen Kundenstamms werden C-Kunden sein
- a) Mit welchen Mehreinnahmen ist bei 10 000 Neukunden zu rechnen?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit betragen die Mehreinnahmen durch 10 000 Neukunden mehr als 527 000 €?
- c) Welche Mehreinnahmen werden bei der Neugewinnung von 10 000 Kunden mit der Wahrscheinlichkeit von 5% nicht überschritten?

*Lösung zu Aufgabe 1*

$j$	$x_{j-1}^* < x \leq x_j^*$	$b_j$	$n_j/n$	$F(x_j^*)$
1	$0 \leq x \leq 600$	600	0,25	0,25
2	$600 < x \leq 1\,500$	900	0,20	0,45
3	$1\,500 < x \leq 2\,400$	900	0,45	0,90
4	$x > 2\,400$	—	0,10	1,00

a)  $x_{0,50} \approx 1\,500 + \frac{0,50 - 0,45}{0,45} \cdot 900 = 1\,600$

d.h. etwa 50% der Unternehmen haben einen Umsatz von höchstens 1 600 Mio EUR.

- b)  $F(1005) \approx 0,25 + \frac{0,20}{900} \cdot (1005 - 600) = 0,34$   
 $1 - 0,34 = 0,66$   
d.h. etwa 66% der Unternehmen erwirtschaften einen höheren Umsatz als 1005 Mio. EUR.
- c) siehe a)  $x_{0,50} \approx 1600$   
d.h. etwa 50% aller Unternehmen haben einen Umsatz von höchstens 1600 Mio. EUR. Oder anders ausgedrückt: Etwa 50% aller Unternehmen haben einen Umsatz von mindestens 1600 Mio. EUR.
- d) Die Spannweite =  $x_{\max} - x_{\min}$  kann nicht aus klassierten Daten - wie hier - berechnet werden, da nur bekannt ist, wie viele Werte in einer Klasse liegen, aber nicht, wie groß die Werte im Einzelnen sind.
- e)  $W = 1,104 \cdot 1,048 \cdot 0,975 \cdot 1,036 = 1,168678$   
d.h. in dem Zeitraum sind die Umsätze um insgesamt 16,9% gestiegen.
- f)  $W = \sqrt[3]{1,048 \cdot 0,975 \cdot 1,036} = \sqrt[3]{1,058585} = 1,019159$   
d.h. in dem Zeitraum sind die Umsätze um durchschnittlich 1,9% pro Jahr gestiegen.

*Lösung zu Aufgabe 2*

$A =$  „Budget wird bei Bauprojekt A eingehalten“

$B =$  „Budget wird bei Bauprojekt B eingehalten“

	$A$	$\bar{A}$	
$B$	0,60	0,10	0,70
$\bar{B}$	0,20	0,10	0,30
	0,80	0,20	1

- a)  $P(A \cup B) = 1 - 0,10 = 0,90$   
d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt 90%.
- b)  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,10$   
d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt 10%.
- c)  $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = 0,10 + 0,20 = 0,30$   
d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt 30%.
- d)  $P(A \cap \bar{B}) = 0,20$  d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt 20%.
- e)  $P(A) \cdot P(B) = 0,80 \cdot 0,70 = 0,56 \neq 0,60 = P(A \cap B)$   
d.h. die Ereignisse  $A$  und  $B$  sind stochastisch abhängig.

*Lösung zu Aufgabe 3*

Kundenstamm

Kategorie	A-Kunde	B-Kunde	C-Kunde
D-Umsatz	100 €	50 €	10 €
Anteil	22%	58%	20%

- a)  $X$  = Einnahmen (in € pro Monat) je Neukunde  
 $E[X] = 100 \cdot 0,22 + 50 \cdot 0,58 + 10 \cdot 0,20 = 53$   
d.h. pro Neukunde ist mit 53 € an Einnahmen zu rechnen.  
 $53 \cdot 10\,000 = 530\,000$  €; d.h. es ist mit Mehreinnahmen in Höhe von 530 000 € zu rechnen.
- b)  $V[X] = (100 - 53)^2 \cdot 0,22 + (50 - 53)^2 \cdot 0,58 + (10 - 53)^2 \cdot 0,20 = 861$   
 $n = 10\,000 \geq 30$  d.h. Faustregel für ZGWS erfüllt  
 $P(X_1 + \dots + X_{10\,000} > 527\,000) \approx 1 - F_U\left(\frac{527\,000 - 10\,000 \cdot 53}{\sqrt{10\,000 \cdot 861}}\right) = 1 - F_U(-1,022397) = 1 - 0,1532965 = 0,847$   
d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt näherungsweise 85%.
- c) Value at Risk:  
 $0,05 = P(X_1 + \dots + X_{10\,000} \leq x) \approx F_U\left(\frac{x - 10\,000 \cdot 53}{\sqrt{10\,000 \cdot 861}}\right)$   
 $-1,6449 = \frac{x - 10\,000 \cdot 53}{\sqrt{10\,000 \cdot 861}} \Leftrightarrow x = 530\,000 - 1,6449 \cdot \sqrt{8\,610\,000} = 525\,173,4$   
d.h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% liegen die Mehreinnahmen der 10 000 Neukunden unter etwa 525 173 €.