

# Statistik-Klausur vom 09.02.2010

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

## Aufgabe 1

- a) Bei einer Umfrage unter FH-Studierenden ergaben sich die folgenden Anreizezeiten (in Min) zur FH:

von ... bis unter ...	Anzahl
0 - 20	50
20 - 60	150
60 - 120	50

1. Wie hoch ist die durchschnittliche Anreisezeit eines FH-Studierenden?
  2. Berechnen Sie eine statistische Maßzahl für die Schwankungen des Datensatzes.
  3. Wie viel Prozent der FH-Studierenden benötigen mehr als 30 Minuten für ihren Anreiseweg?
- b) Unterstellen Sie, dass die Anreisezeit (in Min) eines FH-Studierenden normalverteilt ist mit dem Erwartungswert von 40 Minuten und der Standardabweichung von 20 Minuten.
1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anreisezeit eines FH-Studierenden genau 30 Minuten beträgt?
  2. Welche Anreisezeit wird von 95% aller FH-Studierenden nicht überschritten?

## Aufgabe 2

Der Vorstand einer Wirtschaftsprüfungsgesellschaft vermutet, dass die Anzahl der vom Prüfungsteam festgestellten und zur Korrektur vorgeschlagenen Fehler im Rahmen der Jahresschlussprüfung von Unternehmen von der Höhe des vereinbarten Prüfungshonorars abhängt.

Um den möglichen Zusammenhang zwischen festgestellten Fehlern und Prüfungshonorar bestimmen zu können, werden für sechs (nach Größe, Rechtsform und Branche) vergleichbare Unternehmen die Anzahl der festgestellten Rechnungslegungsfehler ermittelt und dem jeweiligen Prüfungshonorar gegenübergestellt (siehe folgende Tabelle).

Unternehmen	Prüfungshonorar (in TEUR)	Anzahl festgestellter Fehler
A	95	223
B	125	396
C	75	169
D	105	277
E	115	421
F	85	269

- a) Ermitteln Sie eine geeignete statistische Maßzahl zur Messung des linearen Zusammenhangs zwischen den festgestellten Rechnungslegungsfehlern und dem vereinbarten Prüfungshonorar. Beurteilen Sie die Stärke des Zusammenhangs.
- b) Das vereinbarte Honorar mit Unternehmen Q beträgt 90 TEUR. Wie hoch dürfte die Anzahl der festzustellenden Rechnungslegungsfehler sein? Für wie verlässlich halten Sie die Prognose? Begründen Sie Ihre Antwort!
- c) Mit Unternehmen T hat die Wirtschaftsprüfungsgesellschaft ein Honorar von 130 TEUR vereinbart. Wie hoch ist die Anzahl der festzustellenden Fehler, die im Rahmen der Prüfung erwartet werden können? Wie beurteilen Sie diese Prognose? Begründen Sie Ihre Antwort!
- d) Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß. Welcher Zweck wird mit der Ermittlung dieser Maßzahl verfolgt?

### Aufgabe 3

Ein Unternehmen mit 100 Mitarbeitern möchte die Krankheitskosten, die durch die jährliche Grippe verursacht werden, reduzieren. Bisher lassen sich 20% der Mitarbeiter von ihren Hausärztinnen und Hausärzten gegen die saisonale Grippe impfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine geimpfte Person an der saisonalen Grippe erkrankt, beträgt 0,1%. Bei nicht geimpften Personen beträgt diese Wahrscheinlichkeit 15%. Fällt ein Mitarbeiter aufgrund einer Erkrankung an der saisonalen Grippe aus, so entstehen dem Unternehmen Kosten in Höhe von durchschnittlich 800 €. Das Unternehmen plant mit einer zweitägigen betriebsinternen Impfkaktion, die Quote der geimpften Mitarbeiter auf 80% zu erhöhen.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erkrankt ein zufällig ausgewählter Mitarbeiter an der saisonalen Grippe, wenn das Unternehmen die betriebsintere Impfkaktion nicht durchführt?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erkrankt ein zufällig ausgewählter Mitarbeiter an der saisonalen Grippe, wenn das Unternehmen die betriebsintere Impfkaktion durchführt und sich dadurch die Quote der geimpften Mitarbeiter tatsächlich auf 80% erhöht?
- c) Das Unternehmen führt die betriebsintere Impfkaktion durch und erhöht dadurch

die Quote der geimpften Mitarbeiter tatsächlich auf 80%. Ein Mitarbeiter erkrankt an der saisonalen Grippe. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er geimpft?

- d) Wie viel darf die zweitägige betriebsinterne Impfkation kosten, damit sie sich wirtschaftlich lohnt? Vergleichen Sie dazu die erwarteten Krankheitskosten mit und ohne Impfkation.

*Lösung zu Aufgabe 1:*

- a) 1.  $\bar{x} \approx 10 \cdot \frac{50}{250} + 40 \cdot \frac{150}{250} + 90 \cdot \frac{50}{250} = \frac{11\,000}{250} = 44$   
d.h. im Durchschnitt beträgt der Anreiseweg eines FH-Studierender etwa 44 Minuten.
2.  $s^2 \approx (10 - 44)^2 \cdot \frac{50}{250} + (40 - 44)^2 \cdot \frac{150}{250} + (90 - 44)^2 \cdot \frac{50}{250} = \frac{166\,000}{250} = 664$
3.  $1 - F(30) = 1 - 0,2 - \frac{0,6}{40}(30 - 20) = 1 - 0,35 = 0,65$   
d.h. etwa 65% aller FH-Studierenden benötigen mehr als 30 Minuten Anreisezeit zur FH.

- b)  $X$ =Anreiseweg (in Min) eines FH-Studierenden  
 $X \sim \text{NV}(\mu = 40; \sigma = 20)$

1.  $P(X = 30) = 0$   
d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt null.
2.  $0,95 = P(X \leq x) = F_U\left(\frac{x - 40}{20}\right)$   
 $1,6449 = \left(\frac{x - 40}{20}\right)$   
 $x = 40 + 1,6449 \cdot 20 = 72,898$   
d.h. die gesuchte Anreisezeit beträgt etwa 73 Minuten.

*Lösung zu Aufgabe 2:*

$X$ =Prüfungshonorar eines Auftrags in TEUR

$Y$ =Anzahl festgestellter Fehler

$x_i$	$y_i$	$x_i \cdot y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$
95	223			
125	396			
75	169			
105	277			
115	421			
85	269			
600	1 755	183 725	61 750	561 437

- a)  $b_1 = \frac{6 \cdot 183\,725 - 600 \cdot 1\,755}{6 \cdot 61\,750 - 600 \cdot 600} = \frac{49\,350}{10\,500} = 4,7$
- $b_2 = \frac{49\,350}{6 \cdot 561\,437 - 1\,755 \cdot 1\,755} = \frac{49\,350}{288\,597} = 0,1709997$

$$r = \sqrt{4,7 \cdot 0,1709997} = 0,896\,492\,4$$

d.h. es liegt ein positiver starker linearer Zusammenhang zwischen der Anzahl der festgestellten Fehler und dem Prüfungshonorar vor.

b) Gesucht:  $a_1 + b_1 \cdot 90 = ?$

$$a_1 = \frac{1\,755 - 4,7 \cdot 600}{6} = -177,5$$

$$-177,5 + 4,7 \cdot 90 = 245,5$$

d.h. es ist mit etwa 246 festgestellten Fehlern zu rechnen. Da es sich bei der Vorhersage um eine Interpolation bei gleichzeitig starker Korrelation handelt, ist der Wert 246 verlässlich.

c) Gesucht:  $a_1 + b_1 \cdot 130 = ?$

$$-177,5 + 4,7 \cdot 130 = 433,5$$

d.h. es ist mit etwa 434 festgestellten Fehlern zu rechnen. Da es sich bei der Vorhersage um eine Extrapolation handelt, ist der Wert 434 nicht verlässlich.

d)  $B = 4,7 \cdot 0,1709997 = 0,803\,698\,6$

Mit dem Bestimmtheitsmaß kann ebenfalls wie mit dem Korrelationskoeffizienten die Stärke des linearen Zusammenhangs beurteilt werden. Eine weitere Interpretationsmöglichkeit ist die Angabe, wie viel Prozent der Gesamtstreuung der  $y$ -Werte durch die Streuung der vorhergesagten Werte  $a_1 + b_1 \cdot x_1, a_1 + b_1 \cdot x_2, \dots, a_1 + b_1 \cdot x_6$  erklärt wird. Ist der Anteil „hoch“, so lässt sich die Punktwolke gut durch eine Gerade beschreiben.

*Lösung zu Aufgabe 3:*

$G$  = Person erkrankt an Grippe

$I$  = Person lässt sich impfen

$$0,0010 = P(G | I)$$

$$0,1500 = P(G | \bar{I})$$

a)  $0,2000 = P(I)$

Gesucht:  $P(G) = ?$

$$P(G \cap I) = P(G | I) \cdot P(I) = 0,0010 \cdot 0,2000 = 0,0002$$

$$P(G \cap \bar{I}) = P(G | \bar{I}) \cdot P(\bar{I}) = 0,1500 \cdot 0,8000 = 0,1200$$

Arbeitstabelle:

	$G$	$\bar{G}$	
$I$	0,0002	0,1998	0,2000
$\bar{I}$	0,1200	0,6800	0,8000
	0,1202	0,8798	1

$$P(G) = 0,1202$$

d.h. die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt 0,1202.

b)  $0,8000 = P(I)$

Gesucht:  $P(G) = ?$

$$P(G \cap I) = P(G | I) \cdot P(I) = 0,0010 \cdot 0,8000 = 0,0008$$

$$P(G \cap \bar{I}) = P(G | \bar{I}) \cdot P(\bar{I}) = 0,1500 \cdot 0,2000 = 0,0300$$

Arbeitstabelle:

	$G$	$\bar{G}$	
$I$	0,0008	0,7992	0,8000
$\bar{I}$	0,0300	0,1700	0,2000
	0,0308	0,9692	1

$$P(G) = 0,0308$$

d.h. die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt 0,0308.

c)  $P(I) = 0,8$

$$P(I | G) = \frac{P(G \cap I)}{P(G)} = \frac{0,0008}{0,0308} = 0,0260$$

d.h. die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt 0,0260.

d)  $0,1202 \cdot 800 \cdot 100 = 9\,616$

$$0,0308 \cdot 800 \cdot 100 = 2\,464$$

---


$$7\,152$$

d.h. die Impfaktion muss weniger als 7 152 € kosten.