

Wirtschaftsstatistik-Klausur vom 30.09.2009

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Aufgabe 1

Ein Unternehmen hat im Rahmen seiner Vertriebsanalysen die Umsätze in Tausend Euro (TEUR) pro Verkäufer in Norddeutschland und Süddeutschland untersucht und einander gegenüber gestellt.

Klasse Nr.	Umsatz über ... bis maximal ... (in TEUR)	Anzahl der Verkäufer	
		Norddeutschland	Süddeutschland
1	0 bis 200	10	18
2	200 bis 400	30	36
3	400 bis 600	55	54
4	600 bis 1 000	5	12
Summe		100	120

- Ermitteln Sie unter Zugrundelegung des arithmetischen Mittels, ob die Verkäufer in Norddeutschland oder in Süddeutschland durchschnittlich mehr Umsätze tätigen.
- In welcher der beiden Regionen schwanken die Umsätze stärker? Begründen Sie Ihre Antwort durch Berechnung einer geeigneten statistischen Maßzahl.
- Welcher Umsatz wird von 30 Prozent der Verkäufer in Süddeutschland nicht überschritten?
- Wie viel Prozent der Verkäufer in Norddeutschland haben einen höheren Umsatz als 700 TEUR erzielt?

Aufgabe 2

Die zurückgelegte Kilometerleistung pro Tankfüllung eines Golf GTD sei normalverteilt.

- Eine Fahrzeuginhaber möchte für seinen Golf GTD den Anteil aller Tankfüllungen schätzen, mit denen die zurückgelegte Kilometerleistung pro Tankfüllung unter 900 km liegt. Für die letzten 100 Tankfüllungen ergaben sich die folgenden Werte:

zurückgelegte km	Anzahl der Tankfüllungen
bis 600	2
über 600 bis 800	8
über 800 bis 900	23
über 900 bis 1 000	61
über 1 000 bis 1 200	5
über 1 200	1

Berechnen und interpretieren Sie anhand der Stichprobe ein 0,95-Konfidenzintervall für den Anteil aller Tankfüllungen, mit denen die zurückgelegte Kilometerleistung unter 900 km liegen wird.

- b) Nehmen Sie an, dass die Zufallsvariable „zurückgelegte Kilometerleistung pro Tankfüllung“ den Erwartungswert 1 000 km und die Standardabweichung 250 km hat. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die nächste Tankfüllung für
- 1) höchstens 1 000 km reicht?
 - 2) genau 1 000 km reicht?
 - 3) über 800, jedoch höchstens 1 100 km reicht?

Aufgabe 3

Ein Unternehmen hat aktuell auf sechs Ausschreibungen jeweils ein Angebot abgegeben, wobei die Unternehmenskapazität auf zwei Aufträge beschränkt ist. Aus den Erfahrungen der Vergangenheit weiß das Unternehmen, dass eine Zusage auf ein Angebot mit der Wahrscheinlichkeit 0,4 erfolgt. Nehmen Sie an, dass die Zusagen stochastisch unabhängig voneinander erfolgen.

- a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Unternehmen keine einzige Zusage erhält?
- b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Unternehmen kapazitätsmäßig voll ausgelastet ist?
- c) Wie hoch ist die erwartete Kapazitätsauslastung des Unternehmens?
- d) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Unternehmen mindestens einen Kundenauftrag ablehnen muss?
- e) Wie müsste das Unternehmen die Kapazität erhöhen, um nur in höchstens einem Viertel der Fälle einen Kundenauftrag abzulehnen?

Lösung zu Aufgabe 1

Nr.	Klasse	n_j^N	n_j^S	b_j	n_j^N/n	n_j^S	F^N	F^S
1	0 bis 200	10	18	200	0,1	0,15	0,1	0,15
2	200 bis 400	30	36	200	0,3	0,30	0,4	0,45
3	400 bis 600	55	54	200	0,55	0,45	0,95	0,90
4	600 bis 1 000	5	12	400	0,05	0,10	1,0	1,00
\sum		100	120		1	1		

a) $\bar{x}^N \approx \frac{1}{100} [100 \cdot 10 + 300 \cdot 30 + 500 \cdot 55 + 800 \cdot 5] = 415$

$\bar{x}^S \approx \frac{1}{120} [100 \cdot 18 + 300 \cdot 36 + 500 \cdot 54 + 800 \cdot 12] = 410$

d.h. in Norrdeutschland werden durchschnittlich mehr Umsätze pro Verkäufer getätigt.

b) $s^2 \approx \frac{1}{100} [(100 - 415)^2 \cdot 10 + (300 - 415)^2 \cdot 30 + (500 - 415)^2 \cdot 55 + (800 - 415)^2 \cdot 5] = 25\,275$

$s = \sqrt{25\,275} = 158,9811$

$s^2 \approx \frac{1}{120} [(100 - 410)^2 \cdot 18 + (300 - 410)^2 \cdot 36 + (500 - 410)^2 \cdot 54$

$$+(800 - 410)^2 \cdot 12] = 36\,900$$

$$s = \sqrt{36\,900} = 192,0937$$

d.h. gemessen mit der Standardabweichung sind die Umsatzschwankungen eines Verkäufers in Süddeutschland höher.

c) 1. Lösungsweg:

$$x_{0,30} \approx 200 + \frac{0,30 - 0,15}{0,30} \cdot 200 = 300$$

d.h. in Süddeutschland erzielen 30% der Verkäufer höchstens einen Umsatz von 300 TEUR.

2. Lösungsweg:

$$x_{0,30} \approx 200 + 0,5 \cdot 200 = 300$$

d) 1. Lösungsweg:

$$F(700) = 0,95 + \frac{0,05}{400}(700 - 600) = 0,9625$$

$$100\% - 96,25\% = 3,75\%$$

d.h. in Norddeutschland erzielen 3,75% der Verkäufer einen Umsatz, der über 700 TEUR liegt.

2. Lösungsweg:

$$F(700) = 0,95 + \frac{1}{4} \cdot 0,05 = 0,9625$$

Lösung zu Aufgabe 2:

$$\text{a) } \hat{p} = \frac{2 + 8 + 23}{100} = 0,33$$

$$0,95\text{-KI für } p = 0,33 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,33 \cdot 0,67}{100}} = [0,24; 0,42]$$

d.h. [24%; 42%] ist ein geschätztes Intervall für den Bereich, in dem der Anteil aller Tankfüllungen mit einer gesamten Kilometerleistung von höchstens 900 km mit der Wahrscheinlichkeit 0,95 liegt.

b) X =Kilometerleistung pro Tankfüllung

$$X \sim \text{NV}(\mu = 1\,000; \sigma = 250)$$

$$1. P(X \leq \mu) = 0,5$$

d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt 0,5.

$$2. P(X = \mu) = 0$$

d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt null.

$$3. P(X \leq 1\,100) - P(X \leq 800) = F\left(\frac{1\,100 - 1\,000}{250}\right) - F\left(\frac{800 - 1\,000}{250}\right) =$$

$$F(0,4) - F(-0,8) = 0,655 - 0,212 = 0,443$$

d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt 44%.

Lösung zu Aufgabe 3

X =Anzahl der Angebote, die eine Zusage erteilen

$$X \sim \text{B}(n = 6; p = 0,4)$$

a) $P(X = 0) = \binom{6}{0} \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^6 = 0,0467$

b) $P(X \geq 2) = 0,7667$

c) Y =Anzahl der zu bearbeitenden Aufträge

$P(Y = 1) = 1 - 0,0467 - 0,7667 = 0,1866$ oder $P(Y = 1) = P(X = 1) = 0,1866$

Aufträge	0	1	2
Wkt.	0,0467	0,1866	0,7667

$E[Y] = 0 \cdot 0,0467 + 1 \cdot 0,1866 + 2 \cdot 0,7667 = 1,72$

d.h. das Unternehmen muss im Mittel mit 1,72 zu bearbeitenden Aufträgen rechnen bzw. 1,72 Aufträge von 2 Aufträgen sind 86%.

2. Lösungsweg:

Z =Auslastung des Unternehmens in Prozent

Auslastung	0	50%	100%
Wkt.	0,0467	0,1866	0,7667

$E[Z] = 0 \cdot 0,0467 + 50 \cdot 0,1866 + 100 \cdot 0,7667 = 86$

d) $P(X > 2) = 0,4557$

e) Gesucht x mit $0,25 \leq P(X > x)$

x	2	3
$P(X > x)$	0,4557	0,1792

d.h. würde die Kapazitätsgrenze statt bei zwei jetzt bei drei Aufträgen liegen, so würde die Wahrscheinlichkeit, mindestens ein Angebot ablehnen zu müssen, genau 0,1792 betragen und somit unter 0,25 liegen.