

QM II am 04.07.2018

Aufgabe 1

Bei nachschüssiger Verzinsung mit Zinseszins zu 4 % p.a. werden folgende Beträge auf ein Konto eingezahlt:

- 2 000 Euro am 01.01.2018
 - 5 000 Euro am 01.01.2021
 - 7 000 Euro am 01.01.2024
- a) Aus dem angesparten Guthaben sollen ab dem 01.01.2025 jeweils zu Beginn des Jahres regelmäßig 1 100 Euro abgehoben werden. Wie oft können die vollen Beträge abgehoben werden?
- b) Aus dem angesparten Guthaben sollen ab dem 01.01.2025 eine Quartalsrente in Höhe von 300 Euro, fällig jeweils zu Beginn eines Quartals, abgehoben werden. Wie hoch ist das Restguthaben am 31.12.2040?
- c) Aus dem angesparten Guthaben soll ab 01.01.2025 eine ewige Rente, jeweils fällig zu Beginn des Jahres, bezogen werden. Wie hoch ist die ewige Rente?

Lösung zu Aufgabe 1:

a) $R_0 = 2\,000 \cdot 1,04^7 + 5\,000 \cdot 1,04^4 + 7\,000 \cdot 1,04 = 15\,761,16$

$$n = -\frac{\ln \left[1 - \frac{15\,761,16}{1\,100 \cdot 1,04} \cdot 0,04 \right]}{\ln 1,04} = 20,42114$$

d.h. es können zwanzig volle Abhebungen geleistet werden.

b) $r_J = 300(4 + 2,5 \cdot 0,04) = 1\,230$

01.01.2015 bis 31.12.2030 = 6 Jahre

01.01.2031 bis 31.12.2040 = 10 Jahre

16 Jahre

$$K_{16} = 15\,761,16 \cdot 1,04^{16} - 1\,230 \cdot \frac{1,04^{16} - 1}{0,04} = 2\,676,18$$

d.h. das Restguthaben beträgt 2 676,18 Euro.

c) $r' = \frac{K_0 \cdot i}{q} = \frac{15\,761,16 \cdot 0,04}{1,04} = 606,20$

d.h. die ewige Rente beträgt 606,20 Euro.

QM II am 04.07.2018

Aufgabe 2

1. In welchem Intervall liegen die Werte des Korrelationskoeffizienten von Bravais-Pearson?
2. In der nachfolgenden Tabelle ist der Anteil der Geburten nach dem Alter der Mutter in Deutschland im Jahr 2016 angegeben:

Klasse	Anteil
unter 20 Jahre	0,02
20 bis unter 25 Jahre	0,10
25 bis unter 30 Jahre	0,27
30 bis unter 35 Jahre	0,35
35 bis unter 40 Jahre	0,21
40 Jahre oder älter	0,05

- a) Wie hoch ist der Anteil der Geburten von Müttern, die über 28 Jahre alt waren?
- b) Berechnen Sie eine Maßzahl für die Schwankungen im Datensatz.
- c) Berechnen und interpretieren Sie den Median.
- d) Verändert sich der Wert des Medians aus der Teilaufgabe c), wenn die zweite und dritte Klasse zu einer Altersklasse zusammengefasst werden? (Begründung!)

Lösung zu Aufgabe 2:

1. Die Werte von r liegen immer im Intervall $[-1; +1]$.
2. X =Alter der Mutter bei einer Geburt

$x_{j-1}^* \leq x < x_j^*$	n_j/n	F
$x < 20$	0,02	0,02
$20 \leq x < 25$	0,10	0,12
$25 \leq x < 30$	0,27	0,39
$30 \leq x < 35$	0,35	0,74
$35 \leq x < 40$	0,21	0,95
$x \geq 40$	0,05	1,00
Σ	1,00	

a) $F(28) \approx 0,12 + \frac{0,27}{5}(28 - 25) = 0,282 \approx 28 \%$

$100 \% - 28 \% = 72 \%$

d. h. der Anteil beträgt näherungsweise 72 %.

- b) Die empirische Varianz lässt sich nicht berechnen, da für die beiden Flügelklassen die Klassenmitten nicht angegeben werden können.

$$x_{0,25} \approx 25 + \frac{0,25 - 0,12}{0,27} \cdot 5 = 27,40741$$

$$x_{0,75} \approx 35 + \frac{0,75 - 0,74}{0,21} \cdot 5 = 35,2381$$

$$\text{Quartilsabstand} = 35,2381 - 27,40741 = 7,83069 \approx 8$$

d. h. gemessen mit dem Quartilsabstand beträgt die Streuung etwa acht Jahre.

c) $x_{0,50} \approx 30 + \frac{0,50 - 0,39}{0,35} \cdot 5 = 31,57143 \approx 32$

d. h. das mediane Alter einer Mutter bei einer Geburt betrug im Jahr 2016 etwa 32 Jahre; d. h. im Jahr 2016 war bei 50% aller Geburten die Mutter höchstens 32 Jahre alt.

d) 1. Lösungsweg:

Nein, der Median ändert sich nicht, weil die Klassenzusammenfassung nicht die Einfallsklasse des Medians betrifft.

2. Lösungsweg:

$x_{j-1}^* \leq x < x_j^*$	n_j/n	F
$x < 20$	0,02	0,02
$20 \leq x < 30$	0,37	0,39
$30 \leq x < 35$	0,35	0,74
$35 \leq x < 40$	0,21	0,95
$x \geq 40$	0,05	1,00
Σ	1,00	

$$x_{0,50} \approx 30 + \frac{0,50 - 0,39}{0,35} \cdot 5 = 31,57143 \approx 32$$

d.h. der Median ändert sich durch diese Klassenzusammenlegung nicht.