

Wirtschaftsstatistik-Klausur am 22.09.2014

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Aufgabe 1

Seit Sommer 2013 hat Facebook die automatische Erfassung von Nutzerzahlen unterbunden. Deshalb soll anhand eines 0,96-Konfidenzintervalls der Anteil der Facebook-Nutzer in der BRD geschätzt werden.

- a) Im Sommer 2013 betrug der Anteil der Facebook-Nutzer unter den über 13-Jährigen in der BRD etwa 34%. Wie viele über 13 Jahre alten Einwohner in der BRD sind zu befragen, damit das gesuchte Konfidenzintervall um höchstens drei Prozentpunkte vom wahren Wert abweicht?
- b) Von 1 200 befragten über 13-Jährigen gaben 421 Befragte an, Facebook zu nutzen.
 1. Berechnen Sie anhand der Stichprobe das gesuchte Konfidenzintervall.
 2. Interpretieren Sie das berechnete Konfidenzintervall.

Aufgabe 2

Laut dem Statistischen Bundesamt in Wiesbaden beträgt das monatliche Gesamteinkommen (Stand 2012) von Alleinstehenden (Angaben in Prozent):

Klasse	Frauen	Männer
unter 750 €	15	10
750 - 1 000	21	13
1 000 - 1 250	20	16
1 250 - 1 500	15	18
1 500 - 1 750	10	14
1 750 - 2 000	7	9
2 000 - 3 000	10	13
3 000 - 4 000	1	4
4 000 € und höher	1	3

- a)
 1. Berechnen Sie das mediane Einkommen der alleinstehenden Frauen.
 2. Berechnen Sie das mediane Einkommen der alleinstehenden Männer.
 3. Um wie viel Prozent ist das mediane Einkommen der Männer höher?
- b) Wie viel Prozent der alleinstehenden Frauen haben ein monatliches Einkommen über 2 500 €?
- c) Wie viel Prozent der alleinstehenden Männer haben ein monatliches Einkommen unter 1 600 €?

Aufgabe 3

Bei einer Schachweltmeisterschaft treten immer zwei Spieler gegeneinander an. Einer der Spieler hat dabei Heimrecht, d.h. die Weltmeisterschaft findet in seinem Heimatland statt. Es werden

mehrere Partien gegeneinander gespielt, bis einer der beiden Kontrahenten die ausreichende Anzahl von Punkten für den Weltmeistertitel erreicht hat. Jede einzelne Partie kann von einem der beiden Spieler gewonnen werden oder sie kann unentschieden enden.

Folgendes ist bekannt:

- Der Heimspieler gewinnt die erste Partie mit Wahrscheinlichkeit 20% und verliert diese mit Wahrscheinlichkeit 10%.
 - Mit einer Wahrscheinlichkeit von 40% endet die erste Partie unentschieden und der Heimspieler wird Weltmeister.
 - Wenn der Heimspieler die erste Partie verliert, wird er mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% nicht Weltmeister.
 - Wenn der Heimspieler die erste Partie gewinnt, wird er mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% Weltmeister.
- a) Liegt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Heimspieler Weltmeister wird, über 50%? (D.h. gibt es einen Heimvorteil?)
- b) Sind die beiden Ereignisse „Heimspieler verliert die erste Partie“ und „Heimspieler wird nicht Weltmeister“ stochastisch unabhängig?
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Auswärtsspieler die erste Partie gewonnen hat, wenn er Weltmeister wurde?

Lösung zu Aufgabe 1

p = Anteil der Facebook-Nutzer unter den über 13-Jährigen in der BRD

\hat{p} = Anteil der Facebook-Nutzer in der Stichprobe

a) 1. Lösungsweg:

$$n \geq \frac{2,0537^2 \cdot 0,34 \cdot 0,66}{0,03^2} = 1\,051,609$$

d.h. es sind mindestens 1 052 über 13-Jährige zu befragen.

2. Lösungsweg:

$$n \geq \frac{2,0537^2 \cdot 0,25}{0,03^2} = 1\,171,579$$

d.h. es sind mindestens 1 172 über 13-Jährige zu befragen.

b) 1. Faustregel $n = 1\,200 \geq 100$ erfüllt

$$\frac{421}{1\,200} \pm 2,0537 \cdot \sqrt{\frac{\frac{421}{1\,200} \cdot \frac{779}{1\,200}}{1\,200}} = 0,350833 \pm 0,028293 = [0,322540; 0,379126]$$

2. D.h. [32%; 38%] ist ein geschätztes Intervall für den Bereich, in dem der Anteil der über 13-Jährigen Facebook-Nutzer in der BRD mit einer Wahrscheinlichkeit von 96% liegt.

Lösung zu Aufgabe 2

X =Einkommen einer Frau

Y =Einkommen eines Mannes

Klasse	n_j^X/n	F_X	n_j^M/n	F_Y
< 750	0,15	0,15	0,10	0,10
750 – 1 000	0,21	0,36	0,13	0,23
1 000 – 1 250	0,20	0,56	0,16	0,39
1 250 – 1 500	0,15	0,71	0,18	0,57
1 500 – 1 750	0,10	0,81	0,14	0,71
1 750 – 2 000	0,07	0,88	0,09	0,80
2 000 – 3 000	0,10	0,98	0,13	0,93
3 000 – 4 000	0,01	0,99	0,04	0,97
$\geq 4 000$	0,01	1,00	0,03	1,00

- a) 1. $x_{0,50} \approx 1 000 + \frac{0,50 - 0,36}{0,20} \cdot 250 = 1 175$
2. $y_{0,50} \approx 1 250 + \frac{0,50 - 0,39}{0,18} \cdot 250 = 1 402,78$
3. $\frac{1 402,78}{1 175} = 1,19$ d.h. die Männer haben ein um etwa 19% höheres medianes Einkommen als die Frauen.

- b) 1. Lösungsweg:

$$\frac{5 + 1 + 1}{100} = 0,07 = 7\%$$

2. Lösungsweg:

$$F_X(2 500) \approx 0,88 + \frac{0,10}{1 000} \cdot (2 500 - 2 000) = 0,93$$

$$100\% - 93\% = 7\%$$

d.h. etwa 7% aller Frauen haben ein Einkommen über 2 500 €.

- c) $F_Y(1 600) \approx 0,57 + \frac{0,14}{250} \cdot (1 600 - 1 500) = 0,61$

d.h. etwa 61% aller Männer haben ein Einkommen unter 1 600 €.

Lösung zu Aufgabe 3:

X =Spielausgang für den Heimspieler bei der ersten Partie

(verliert, unentschieden, gewinnt)

Y =Titelausgang für den Heimspieler (Weltmeister, kein Weltmeister)

1. Lösungsweg:

$$0,40 = P(X = \text{unentschieden} \cap Y = \text{Weltmeister})$$

$$0,80 = P(Y = \text{kein Weltmeister} \mid X = \text{verliert}) \Rightarrow P(Y = \text{kein Weltmeister} \cap X = \text{verliert}) =$$

$$0,80 \cdot 0,10 = 0,08$$

$$0,90 = P(Y = \text{Weltmeister} \mid X = \text{gewinnt}) \Rightarrow P(Y = \text{Weltmeister} \cap X = \text{gewinnt}) =$$

$$0,90 \cdot 0,20 = 0,18$$

Y=Heimspieler Weltmeister	X=1.Partie Heimspieler			Σ
	verliert	unentschieden	gewinnt	
ja	0,02	0,40	0,18	0,60
nein	0,08	0,30	0,02	0,40
Σ	0,10	0,70	0,20	1

- a) $P(Y = \text{Weltmeister}) = 0,6$
d.h. es liegt ein Heimvorteil vor.
- b) $P(X = \text{verliert} \cap Y = \text{Nicht-Weltmeister}) = 0,08 \neq 0,04 = 0,1 \cdot 0,4 = P(X = \text{verliert}) \cdot P(Y = \text{Nicht-Weltmeister})$
d.h. die Ereignisse sind stochastisch abhängig.
- c) $P(X = \text{verliert} \mid Y = \text{Nicht-Weltmeister}) = \frac{0,08}{0,4} = 0,2$
d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt 20%.

2. Lösungsweg:

$$0,40 = P(X = \text{unentschieden} \cap Y = \text{Weltmeister})$$

$$0,80 = P(Y = \text{kein Weltmeister} \mid X = \text{verliert}) \Rightarrow P(Y = \text{Weltmeister} \mid X = \text{verliert}) = 0,20$$

$$0,90 = P(Y = \text{Weltmeister} \mid X = \text{gewinnt})$$

- a) $P(Y = \text{Weltmeister}) =$
 $P(Y = \text{Weltmeister} \cap X = \text{verliert}) + P(Y = \text{Weltmeister} \cap X = \text{unentschieden}) + P(Y = \text{Weltmeister} \cap X = \text{gewinnt}) =$
 $0,2 \cdot 0,1 + 0,40 + 0,9 \cdot 0,2 = 0,6 > 0,5$
d.h. es liegt ein Heimvorteil vor.
- b) $P(X = \text{verliert} \cap Y = \text{Nicht-Weltmeister}) =$
 $P(Y = \text{Nicht-Weltmeister} \mid X = \text{verliert}) \cdot P(X = \text{verliert}) = 0,8 \cdot 0,1 = 0,08$
 $P(X = \text{verliert}) \cdot P(Y = \text{Nicht-Weltmeister}) = 0,1 \cdot 0,4 = 0,04 \neq 0,08$
d.h. die Ereignisse sind stochastisch abhängig.
- c) $P(X = \text{verliert} \mid Y = \text{Nicht-Weltmeister}) = \frac{0,08}{0,4} = 0,2$
d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt 20%.