Wirtschaftsstatistik-Klausur am 27.01.2014

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Aufgabe 1
In einer Abteilung eines Unternehmens betragen in den ersten vier Wochen von 2014 die Anzahl der offenen Stellen und der geleisteten Überstunden:

Woche	Anzahl offe- -ner Stellen	Über- stunden	
1	1	37	
2	0	5	
3	2	50	
4	4	168	

a) Erklären Sie in einer Regression die geleisteten Überstunden durch die Anzahl offener Stellen. Mit wie vielen Überstunden ist dann zu rechnen, wenn in der ersten Februarwoche von 2014 drei Stellen offen sind?

b) Interpretieren Sie den Wert der Steigung der Regressionsgeraden unter a).

c) Ist der unter Teilaufgabe a) berechnete Prognosewert aus statistischer Sicht verlässlich?

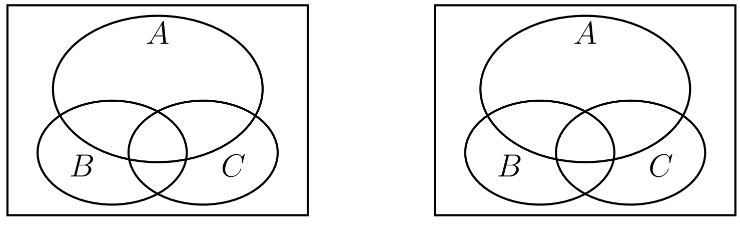
Aufgabe 2

a) Bei einer Umfrage unter 1 000 Frauen und Männern zwischen 25 und 40 Jahren, wie oft sie Sport in der Woche treiben, ergaben sich folgende Daten:

keinen Sport:	408 Befragte
an ein bis zwei Tagen pro Woche:	463 Befragte
an mindestens drei Tagen pro Woche:	129 Befragte

Berechnen und interpretieren Sie ein 96%-Konfidenzintervall für den Anteil der 25 bis 40-Jährigen in der Bevölkerung, die mindestens an drei Tagen pro Woche Sport treiben.

b) Gegeben sei die Darstellung dreier Ereignisse A, B und C in einem Venndiagramm.



Markieren Sie links $(A \cap B) \setminus C$ und rechts $A \cup (B \cap C)$.

Aufgabe 3

a) Die Rechnungsbeträge von 100 Lieferungen eines Pizzaservices wurden in einer Liste mit aufsteigend sortierten Werten festgehalten: $x_1 = 5{,}0$; $x_2 = 5{,}2$; $\ldots$; $x_{99} = 19{,}9$; $x_{100} = 20{,}0$. Daraus wurde eine Klassierung erstellt:

j	$x_{j-1}^* < x \leq x_j^*$	n_j
1	$5 \leq x \leq 8$	25
2	$8 < x \leq 12$	40
3	$12 < x \leq 15$	30
4	$15 < x \leq 20$	5

1. Bestimmen Sie den relativen Quartilsabstand.
2. Skizzieren Sie den Boxplot.
3. Wie ändert sich Ihr Ergebnis in Teil 1) wenn die obere Intervallgrenze der letzten Klasse von 20 auf 40 steigt und alle anderen Angaben unverändert bleiben?

b) Betrachten Sie das zweimalige Würfeln eines fairen Würfels. Gegeben seien die Zufallsvariablen

$$X = \text{„Summe der Augenzahlen beim zweimaligen Würfeln“},$$
$$Y = \text{„Minimum der Augenzahlen beim zweimaligen Würfeln“}.$$

Sind X und Y stochastisch unabhängig?

Lösung zu Aufgabe 1

X=Anzahl offener Stellen

Y=geleistete Überstunden

i	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
1	1	37	37	1	1 369
2	0	5	0	0	25
3	2	50	100	4	2 500
4	4	168	672	16	28 224
$\sum$	7	260	809	21	32 118

a) $a_1 + b_1 \cdot 3 = ?$

$$b_1 = \frac{4 \cdot 809 - 7 \cdot 260}{4 \cdot 21 - 7^2} = \frac{1\,416}{35} = 40{,}46$$

$$a_1 = \frac{260 - 40{,}46 \cdot 7}{4} = -5{,}81$$

$a_1 + b_1 \cdot 3 = 115{,}57$

d.h. es ist mit etwa 116 Überstunden zu rechnen.

b) $b_1 = 40{,}46$ d.h. für jede weitere offene Stelle sind etwa 40 Überstunden pro Woche mehr zu leisten.

c) $$b_2 = \frac{1\,416}{4 \cdot 32\,118 - 260^2} = \frac{1\,416}{60\,872} = 0{,}02$$

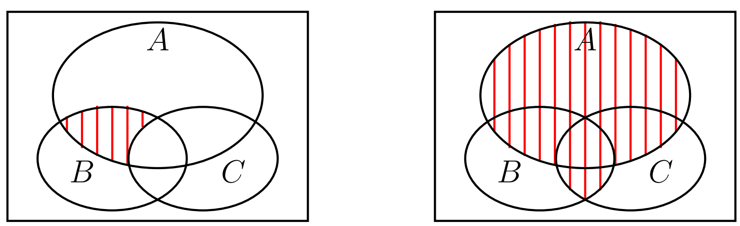
$r = \sqrt{b_1 \cdot b_2} \approx 0{,}9$

Da $3 \in [x_{\text{min}}; x_{\text{max}}] = [0; 4]$ liegt, ist 115,57 ein interpolierter Wert. Da die Korrelation mit $r \approx 0{,}9$ stark ist, ist somit aus statistischer Sicht auf den interpolierten Wert 115,57 Verlass.

Lösung zu Aufgabe 2

a) p= Anteil der 25 bis 40-Jährigen in der Bevölkerung, die mindestens an drei Tagen pro Woche Sport treiben
$\widehat{p} = \dfrac{129}{1000} = 0{,}129$ Anteil der 25 bis 40-Jährigen in der Befragung, die mindestens an drei Tagen pro Woche Sport treiben
$n = 1\,000 \geq 100$ Faustregel erfüllt
0,96-KI für p= $0{,}129 \pm 2{,}0537 \cdot \sqrt{\dfrac{0{,}129 \cdot 0{,}871}{1000}} = 0{,}129 \pm 0{,}02176912 = [0{,}107; 0{,}151] \approx [11\%; 15\%]$
d.h. [11%;15%] ist ein geschätztes Intervall für den Bereich, in dem der Anteil der 25 bis 40-jährigen Frauen und Männer, die mindestens an drei Tagen pro Woche Sport treiben, mit einer Wahrscheinlichkeit von 96% liegt.

b) Die gesuchten Mengen sind schraffiert:



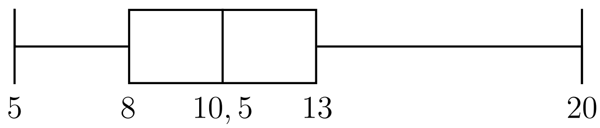
Lösung zu Aufgabe 3

a) Zunächst berechnet man:

j	$x^*_{j-1} < x \leq x^*_j$	n_j	f_j	$F(x^*_j)$	b_j
1	$5 \leq x \leq 8$	25	0, 25	0, 25	3
2	$8 < x \leq 12$	40	0, 40	0, 65	4
3	$12 < x \leq 15$	30	0, 30	0, 95	3
4	$15 < x \leq 20$	5	0, 05	1, 00	5
$\sum$		100	1, 00		

1. $x_{0{,}25} = 8$, da $F(8) = 0{,}25$ ist.
   $x_{0{,}5} \approx 8 + \frac{0{,}5-0{,}25}{0{,}4} \cdot 4 = 10{,}5$
   $x_{0{,}75} \approx 12 + \frac{0{,}75-0{,}65}{0{,}3} \cdot 3 = 13$
   Damit erhält man den relativen Quartilsabstand:
   $$\frac{x_{0{,}75} - x_{0{,}25}}{x_{0{,}5}} = \frac{13-8}{10{,}5} = 0{,}4762\,.$$

2. Mit den Ergebnissen aus Teil 1. und den Angaben aus der Aufgabenstellung, dass $x_{\min} = 5$ und $x_{\max} = 20$ sind, erhält man:



3. Der Wert des relativen Quartilsabstand ändert sich nicht, da in der obersten Klasse nur die obersten 5 Prozent der Werte liegen und somit die Quartile sich nicht ändern.

b) Da z.B. $P(X = 2, Y = 6) = 0 \neq \frac{1}{1296} = \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{36} = P(X = 2) \cdot P(Y = 6)$ ist, sind X, Y stochastisch abhängig.