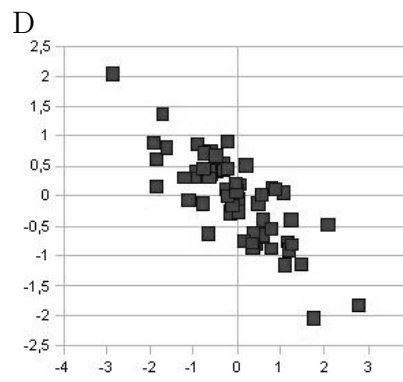
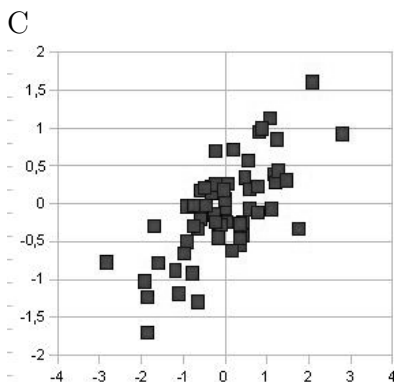
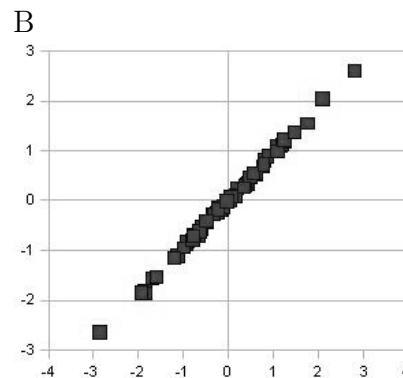
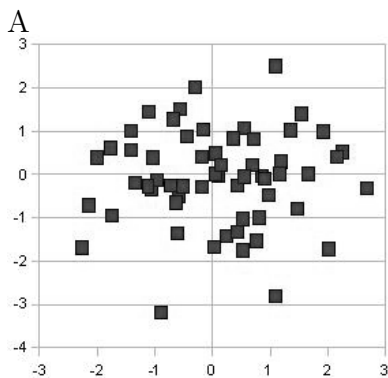


# Wirtschaftsstatistik-Klausur am 29.09.2015

Bearbeitungszeit: 45 Minuten

## Aufgabe 1

a) Ordnen Sie den folgenden Streudiagrammen A, B, C, D jeweils den zugehörigen Korrelationskoeffizienten 0 bzw.  $+0,73$  bzw.  $-0,80$  bzw.  $+0,99$  zu.



Korrelationskoeffizient	Streudiagramm
0	
$+0,73$	
$-0,80$	
$+0,99$	

b) Eine Bäckerei hat in den letzten vier Jahren folgende Mengen an Mehl verbraucht:

Jahr	Mehlverbrauch in t
2011	80
2012	117
2013	172
2014	205

1. Mit welchem Mehlverbrauch ist laut der Regressionsgerade für das Jahr 2015 zu rech-

nen?

2. Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten!
3. Ist die Vorhersage in Teilaufgabe 1) zuverlässig? (Begründung!)
4. Um wie viel Prozent ist der Mehlverbrauch im Zeitraum 2011 bis 2014 durchschnittlich pro Jahr gestiegen?

## Aufgabe 2

Ein Investor möchte Geld in ökologisch-landwirtschaftliche Betriebe investieren. Für seine Investition stehen ihm die Wertpapiere der Unternehmen *Grün und gut* sowie *Öko-Rendite* zur Verfügung (der Nominalwert der Wertpapiere beträgt jeweils 100GE). Der wirtschaftliche Erfolg der landwirtschaftlichen Betriebe wird maßgeblich von den beiden Faktoren *Niederschlag* und *Sonnenstunden* beeinflusst. Der Investor interessiert sich ausschließlich für die Dividenden der Wertpapiere. Es sind folgende Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse und die zugehörigen Dividenden (in %) bekannt:

<i>Niederschlag</i>	hoch	hoch	niedrig	niedrig
<i>Sonnenstunden</i>	viele	wenige	viele	wenige
Wahrscheinlichkeit	0,4	0,3	0,2	0,1
<i>Grün und gut</i>	20	10	16	8
<i>Öko-Rendite</i>	16	14	12	10

- a) Welche der beiden Investitionsmöglichkeiten bietet eine höhere erwartete Dividende?
- b) Bei welcher Investition ist das Risiko - gemessen an der Standardabweichung - niedriger?
- c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass die Rendite von *Grün und gut* 20% beträgt und gleichzeitig die *Öko-Rendite* 10% beträgt?
- d) Sind die Renditen der beiden Unternehmen stochastisch unabhängig? (Begründung!)
- e) Welches der beiden Wertpapiere hat das schmalere zweifache zentrale Schwankungsintervall  $[\mu - 2 \cdot \sigma; \mu + 2 \cdot \sigma]$ ?

*Lösung zu Aufgabe 1:*

- a) Die korrekten Zuordnungen sind:

Korrelationskoeffizient	Streudiagramm
0	A
+0,73	C
-0,80	D
+0,99	B

- b) Wir normieren zunächst die Jahre um und setzen das Jahr 2011 als Jahr 1 an usw. Damit kann eine Arbeitstabelle erstellt werden:

i	$x_i$	$x_i^2$	$y_i$	$y_i^2$	$x_i \cdot y_i$
1	1	1	80	6400	80
2	2	4	117	13689	234
3	3	9	172	29584	516
4	4	16	205	42025	820
$\Sigma$	10	30	574	91698	1650

1. Aus der Arbeitstabelle ergibt sich laut Formelsammlung für die Koeffizienten der Regressionsgeraden:

$$b_1 = \frac{4 \cdot 1650 - 10 \cdot 574}{4 \cdot 30 - 10^2} = \frac{860}{20} = 43$$

und

$$a_1 = \frac{574 - 43 \cdot 10}{4} = 36.$$

Die Regressionsgerade ist also  $f(x) = 36 + 43x$ .

Laut der berechneten Regressionsgeraden ist mit einem Mehlverbrauch von:

$$f(5) = 36 + 43 \cdot 5 = 251,$$

also 251 Tonnen zu rechnen.

2. Um den Korrelationskoeffizienten zu bestimmen, berechnen wir zunächst den Koeffizienten

$$b_2 = \frac{860}{4 \cdot 91698 - 574^2} = \frac{860}{37316} \approx 0,0230.$$

Damit ist der Korrelationskoeffizient gegeben durch

$$r \approx \sqrt{43 \cdot 0,0230} \approx \sqrt{0,991} \approx 0,995.$$

3. Weil es sich um eine Extrapolation handelt (2015 liegt nicht im Intervall [2011;2014]) ist die Vorhersage nicht als zuverlässig zu betrachten - unabhängig davon wie stark die Korrelation ist.

4.  $\sqrt[2014-2011]{\frac{205}{80}} = 1,368426$  d.h. der Mehlverbrauch ist im Zeitraum 2011 bis 2014 um durchschnittlich 37% pro Jahr gestiegen.

*Lösung zu Aufgabe 2:*

$G$  = Dividende (in %) von *Grün und gut*

$\ddot{O}$  = Dividende (in %) von *Öko-Rendite*

$\ddot{O}$	$G$				$\Sigma$
	8	10	16	20	
10	0,1	0	0	0	0,1
12	0	0	0,2	0	0,2
14	0	0,3	0	0	0,3
16	0	0	0	0,4	0,4
$\Sigma$	0,1	0,3	0,2	0,4	1

a)  $E(G) = 0,4 \cdot 20 + 0,3 \cdot 10 + 0,2 \cdot 16 + 0,1 \cdot 8 = 15$

$$E(\ddot{O}) = 0,4 \cdot 16 + 0,3 \cdot 14 + 0,2 \cdot 12 + 0,1 \cdot 10 = 14.$$

Demnach ist die erwartete Dividende für das Wertpapier von *Grün und gut* höher.

b) Die Standardabweichungen der beiden Wertpapiere berechnen sich zu:

$$\sigma_G = \sqrt{0,4 \cdot (20 - 15)^2 + 0,3 \cdot (10 - 15)^2 + 0,2 \cdot (16 - 15)^2 + 0,1 \cdot (8 - 15)^2} \approx 4,75$$

$$\sigma_{\ddot{O}} = \sqrt{0,4 \cdot (16 - 14)^2 + 0,3 \cdot (14 - 14)^2 + 0,2 \cdot (12 - 14)^2 + 0,1 \cdot (10 - 14)^2} = 2.$$

Folglich ist das Risiko bei einer Investition in den Betrieb *Öko-Rendite* geringer.

c) Es gilt  $P(G = 20, \ddot{O} = 10) = 0$ ; d.h. die Wahrscheinlichkeit beträgt null.

d)  $P(G = 20) \cdot P(\ddot{O} = 10) = 0,4 \cdot 0,1 = 0,04 \neq 0$ , womit gezeigt ist, dass die Dividenden stochastisch abhängig sind.

e) Wertpapier *Grün und gut*:

$$[\mu - 2 \cdot \sigma; \mu + 2 \cdot \sigma] = 15 \pm 2 \cdot 4,75 = [5,5; 24,5]; \text{ d.h. Breite} = 19$$

Wertpapier *Öko-Rendite*:

$$[\mu - 2 \cdot \sigma; \mu + 2 \cdot \sigma] = 14 \pm 2 \cdot 2 = [10; 18]; \text{ d.h. Breite} = 8$$

d.h. das 2-fache zentrale Schwankungsintervall von Wertpapier *Öko-Rendite* ist schmaler.