Bsp: 15.04.19

X = jährliche Erderwärmung (in Grad Celsius)

$X \sim N(\mu = 1{,}8 \,;\, \sigma = 0{,}5)$

a) Wht., dass die Erderwärmung im nächsten Jahr

1. höchstens 2° beträgt?
2. genau 2° beträgt?
3. mind. 2° beträgt?
4. zwischen $1{,}6^\circ$ und $1{,}8^\circ$ beträgt?
5. über $1{,}7^\circ$ beträgt?

16.04.19

b) Whk, dass die Erderwärmung in den kommenden 5 Jahren genau dreimal über 1,7° liegt, falls die jährliche Erderwärmung stochastisch unabhängig ist?

a.) 1.) $P(X \leq 2) = F_u\left(\frac{2-1{,}8}{0{,}5}\right) = F_u(0{,}4)$
$= 0{,}655$

a.) 2.) $P(X = 2) = 0$

a.) 3.) $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0{,}655$
$= 0{,}345$

a.) 4.) $P(X \leq 1{,}9) - P(X \leq 1{,}6)$
$= F_u\left(\frac{1{,}9-1{,}8}{0{,}5}\right) - F_u\left(\frac{1{,}6-1{,}8}{0{,}5}\right)$
$= F_u(0{,}2) - F_u(-0{,}4)$
$= 0{,}579 - 0{,}345$
$= 0{,}234$

a.) 5.) $P(X > 1{,}7) = 1 - P(X \leq 1{,}7)$
$= 1 - F_u\left(\frac{1{,}7-1{,}8}{0{,}5}\right) = 1 - F_u(-0{,}2)$
$= 1 - 0{,}421$
$= 0{,}579$

b) Y = Anzahl der Jahre mit Erderwärmung über 1,7°
$Y \sim B(n = 5 ; p = 0{,}579)$

15.03.19

b) $P(X=3) = \binom{5}{3} \cdot 0{,}579^3 \cdot 0{,}421^2$

$= 0{,}344$

11.2.) Approximation von Verteilungen

Bsp: $\binom{500}{327} = ?$ Error

Falls n „groß" ist, lässt sich der Binomialkoeffizient nicht mehr mit dem Taschenrechner berechnen.

Lösung: $X \sim B(n;p)$ und

$$\left.\begin{array}{l} np \geq 10 \\ n(1-p) \geq 10 \end{array}\right\} \text{Faustregel}$$

NV-korrekturterm

$$P(X \leq x) \approx F_u\left(\frac{x+0{,}5 - np}{\sqrt{np(1-np)}}\right)$$

näherungsweise

S. 9.4

Bsp: Aus einer Adressenliste, in der mittlerweile 12% aller Adressen ungültig sind, werden für eine Umfrage 120 Adressen zufällig ausgewählt.

a) Wkt., dass

1. höchstens 10 Adressen ungültig sind?

15.04.19

X = Anzahl der ungültigen Adressen unter den 120 ausgewählten Adressen

$X \sim B(n = 120 ; p = 0{,}12)$

$P(X \leq 10) = ?$

Faustregel:

$n \cdot p = 120 \cdot 0{,}12 = 14{,}4 \geq 10$

$n \cdot (1-p) = 120 \cdot 0{,}88 = 105{,}6 \geq 10$

↳ erfüllt

$$\underbrace{P(X \leq 10)}_{BV} \approx \underbrace{F_N\left(\frac{10 + 0{,}5 - 14{,}4}{\sqrt{14{,}4 \cdot 0{,}88}}\right)}_{NV}$$

$= F_N(-1{,}0856)$

$= 0{,}137$ (exakt über BV 0,134)

2. genau 14 der 120 Adressen ungültig sind?

$P(X = 14) = ?$

1. Lösungsweg: $P(X = 14) = \binom{120}{14} \cdot 0{,}12^{14} \cdot 0{,}88^{106}$

$= 0{,}112$

15.04.19

2. Lösungsweg: $P(X=14) = P(X \boxed{\le} 14) - P(X \boxed{\le} 13)$

$$\approx F_u\left(\frac{\overset{14+0,5}{14+0,5}-14,4}{\sqrt{12,672}}\right) - F_u\left(\frac{\overset{14-0,5}{13+0,5}-14,4}{\sqrt{12,672}}\right)$$

S.8.4

$$\approx F_u\left(\frac{14+0,5-14,4}{\sqrt{12,672}}\right) - F_u\left(\frac{14-0,5-14,4}{\sqrt{12,672}}\right)$$

$$= F_u(0,0281) - F_u(-0,2528)$$

$$= 0,511 - 0,400$$

$$= 0,111$$

b) Mit welcher Anzahl ungültiger Adressen ist mit einer Wkt. von 92%

1. höchstens zu rechnen?

$$0,92 = P(X \le x)$$

$$1,4051 = \frac{x+0,5-14,4}{\sqrt{12,672}}$$

$$x = 13,9 + 1,4051 \cdot \sqrt{12,672}$$

$$= 18,9 \approx 19$$

d.h. mit Wkt. 92% ist mit höchstens 19 ungültigen Adressen zu rechnen.

2.) mindestens zu rechnen? 15.04.19

$$0{,}92 = P(X \geq x)$$

$$0{,}08 = P(X < x) = P(X \leq x-1)$$

$$-1{,}4051 = \frac{x - 1 + 0{,}5 - 14{,}4}{\sqrt{12{,}672}}$$

$$x = 14{,}9 - 1{,}4051 \cdot \sqrt{12{,}672}$$

$$= 9{,}9 \approx 10$$

d.h. mit der Wkt. von 92% ist mit mind. 10 ungültigen Adressen zu rechnen

Bsp: (Arbeitsblatt)

X = Anzahl der Verträge, die nicht erfüllt werden

$$X \sim B(n; p = 0{,}41)$$

1) $n = 5$ a) $P(X=0) = \binom{5}{0} \cdot 0{,}41^0 \cdot 0{,}59^5$

$$= 0{,}0715$$

b)

nicht erfüllt	erfüllt
3	2
2	3
1	4
0	5

$$P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

15.04.19

b) $0{,}0715 + \binom{5}{1} \cdot 0{,}41^1 \cdot 0{,}59^4 + \binom{5}{2} \cdot 0{,}41^2$

$\cdot 0{,}59^3 + \binom{5}{3} \cdot 0{,}41^3 \cdot 0{,}59^2$

$= \boxed{0{,}0715 + 0{,}2484 + 0{,}3452} + 0{,}2399$

$= 0{,}9051$

c)

nicht erfüllt	erfüllt
3	2
4	1
5	0

$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2)$

$= 1 - \boxed{0{,}6651}$

$= 0{,}3349$

2. Lösungsweg: $P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$