14.) Statistische Tests

20.05.19

zwei gegensinnige Behauptungen

H_0 und H_1

H_0 = Nullhypothese

H_1 = Gegenhypothese

Problem: In der Realität ist nicht bekannt, welche der beiden Behauptungen zutrifft.

Bsp.:

Ein Hersteller garantiert einem Händler, dass seine Winterreifen eine mittlere Laufleistung von ~~[illegible]~~ mehr als 30.000 km haben. Der Händler bezweifelt die Aussage des Herstellers.

X = Laufleistung (in km) eines Winterreifens

Testproblem:

H_0: Händler hat Recht, d.h. die mittlere Laufleistung beträgt maximal 30.000 km; d.h.,

$$E[X] \leq 30.000$$

H_1: Hersteller hat Recht; d.h., die mittlere Laufleistung liegt über 30.000 km; d.h.,

$$E[X] > 30.000$$

Frage: Stichprobe mit $\bar{x}$ = durchschnittliche Laufleistung

Ab welchem Wert von $\bar{x}$ hat der Hersteller Recht?

Statistischer Test = Entscheidungsregel zwischen H_0 und H_1; d.h. anhand einer Stichprobe entscheidet der Test, ob H_0 abgelehnt wird oder nicht. 25.05.19

Anmerkung: Welche der beiden Behauptungen H_0 ist, ist bei jedem Test vorgeschrieben und darf nicht frei gewählt werden.

Testentscheidung für	Realität (unbekannt)	
	H_0 ist wahr	H_1 ist wahr
H_0	richtige Entscheidung	Fehler 2. Art
H_1	Fehler 1. Art	richtige Entscheidung

Fehler 1. Art = irrtümliche Ablehnung von H_0 = der Test behauptet fälschlicherweise, die mittlere Laufleistung liege über 30.000 km, dabei beträgt sie höchstens 30.000 km, d.h. der Test behauptet fälschlicherweise, der Hersteller habe Recht.

Fehler 2. Art = irrtümliche Annahme von H_0 = der Test behauptet fälschlicherweise die mittlere Laufleistung liege nicht über 30.000 km; obwohl sie tatsächlich über 30.000 km liegt; d.h. der Test behauptet fälschlicherweise, der Händler habe Recht.

Ziel: Die Wkt. für beide Fehler sollte möglichst klein sein. 20.05.19

Das geht beides nicht. ↯

Lösung: Nur die Wkt. für den Fehler 1. Art ist klein:

$$P(\text{Fehler 1. Art}) \leq \alpha$$

alpha

α		
0,01	0,05	0,10

0,01 → strenges Testen, d.h. H_0 wird länger festgehalten (Medizin)

0,10 → laxes Testen, d.h. H_0 wird schneller abgelehnt

α = (theoretisches) Signifikanzniveau = Niveau des Tests

$$P(\text{Fehler 1. Art}) \leq 0{,}05$$

$$P(\text{Fehler 2. Art}) \leq 1 - \alpha = 0{,}95$$

Eine Nullhypothese wird genau dann abgelehnt, wenn der sogenannte p-Wert gleich oder kleiner als α ist.

Unsere Aufgabe ist zu wissen, <u>wie</u> der p-Wert eines Tests berechnet wird.

Bsp: 20.05.19

Das Füllgewicht einer Packung Kaffee soll 500g betragen. Wie lässt sich überprüfen, ob die Abfüllmaschine korrekt arbeitet?

X = Füllgewicht (in g) einer Kaffeepackung

$$\left.\begin{aligned} H_0&: E[X] = 500 \\ H_1&: E[X] \neq 500 \end{aligned}\right\} \text{Testproblem}$$

a) Fehler 1. Art.
b) Fehler 2. Art.

zu a) Der Test erkennt nicht dass die Abfüllmaschine zurzeit präzise arbeitet
Abfüllgewicht ist bei 500g, Test behauptet etwas anderes

zu b) Der Test behauptet fälschlicherweise das mittlere Abfüllgewicht würde 500g betragen

Bsp:

H_0 die mittlere Wartezeit eines Kunden (in min.) in einem Schnell-Restaurant beträgt 4,5 min.

H_1 die mittlere Wartezeit (in min) eines Kunden in einem Schnell-Restaurant beträgt nicht 4,5 min.

X = Wartezeit (in min.) eines Kunden

a) H_0 $E[X]$ = ?
b) Fehler 1. Art.
c) Fehler 2. Art.

zu a) H_0 $E[x] = 4,5$

zu b) Der Test behauptet fälschlicherweise dass die mittlere Wartezeit eines Kunden nicht 4,5 min betragen würde

zu c) Der Test behauptet fälschlicherweise die mittlere Wartezeit eines Kunden mind. 4,5 min betragen

Zusammenfassung

Ein Test zum Niveau α besteht aus vier Angaben

1.) Name des Tests
2.) $H_0 = \dots$
3.) $H_1 = \dots$
4.) Entscheidungsregel wenn H_0 abgelehnt wird