14.1.2. Einseitiger Gaußtest

27.05.19

Bsp:

Entspricht die Studiendauer eines Bachelor-Studiengang im Mittel der Regelstudienzeit?

Nehmen Sie an, dass
X = Studiendauer (in Semestern) eines Studierenden
normalverteilt ist mit der theoretischen Standardabweichung von $\underbrace{\boxed{\text{drei}}}_{\sigma}$ Semestern.

a) zweiseitiger Gaußtest zum Niveau 0,05

$$H_0: E[X] = 6$$
$$H_1: E[X] \neq 6$$

Eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ ergab eine durchschnittliche Studiendauer von 7,8 Semestern.

$$p\text{-Wert} = 2 \cdot F_N\left(-\left|\frac{7{,}8-6}{\frac{3}{\sqrt{100}}}\right|\right)$$

$$= 2 \cdot F_N(-6) \approx 2 \cdot 0 = 0 \leq 0{,}05$$

d.h. Ablehnung von H_0; d.h. die mittlere Studiendauer eines Bachelorstudierenden weicht signifikant von der Regelstudienzeit ab.

b) einseitiger Gaußtest

Frage: Ist die mittlere Studiendauer signifikant länger oder signifikant kürzer als die Regelstudienzeit?

Stichprobe: $\bar{x} = 7{,}8 > 6 = \mu_0$

$H_0: E[x] \leq 6$

$\rightarrow H_1: E[x] > 6$

Ablehnung von H_0 $\Leftrightarrow$

p-Wert (einseitig) $\leq 0{,}05$

Fehler 1. Art = der Test behauptet irrtümlicherweise, dass die mittlere Studiendauer länger als die Regelstudienzeit ist.

Fehler 2. Art = der Test behauptet irrtümlicherweise, dass die mittlere Studiendauer kürzer als oder gleich wie die Regelstudienzeit ist.
D.h. der Test erkennt nicht, dass die mittlere Studiendauer länger als die Regelstudienzeit ist.

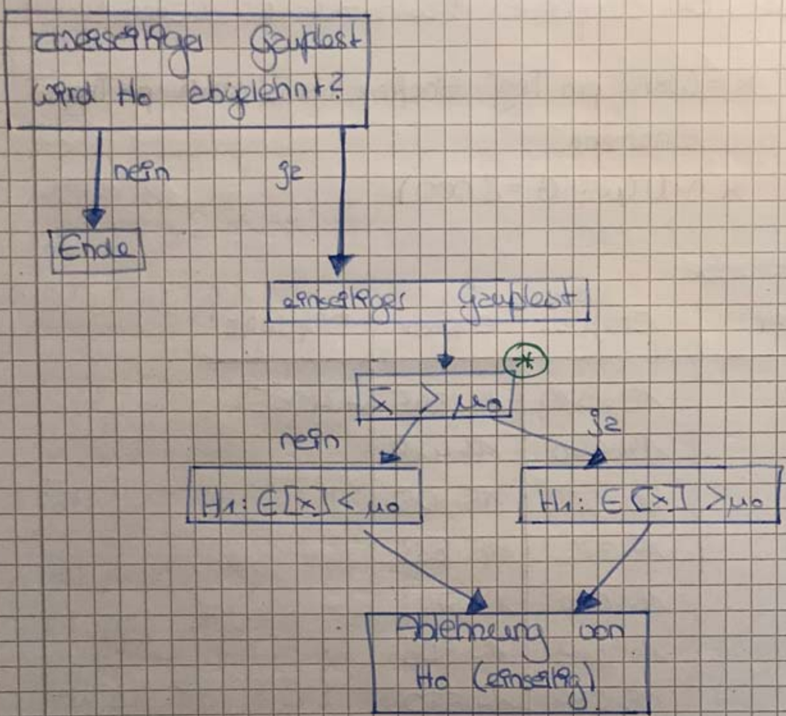
p-Wert (einseitig) =
0,5 · p-Wert (zweiseitig) =

$F_u(-6) \approx 0 \leq 0{,}05$

d.h. die mittlere Studiendauer ist signifikant länger als die Regelstudienzeit.

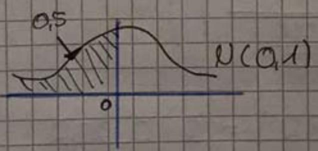
Zusammenfassung

27.05.19



(*) Zusatzfrage: Wie lautet die Testentscheidung, falls $\bar{x}$ und μ_0 genauso groß sind?

$$p\text{-Wert (zweiseitig)} = 2 \cdot F_N(0)$$



d.h. falls $\bar{x}$ und μ_0 gleich groß sind, wird H_0 vom zweiseitigen Test <u>nicht</u> abgelehnt.

Bsp:

Reden bei Ehepaaren Frauen mehr als Männer?

X = Worte pro Tag Ehefrau minus Worte pro Tag Ehemann

$X \sim N(\mu ; \sigma = 3.000)$

Stichprobe:

Paar	Worte pro Tag Ehefrau	Ehemann	Differenz
1	18.910	14.845	+4065
2	14.640	18.418	
3	20.272	15.125	
4	17.770	15.833	
5	16.080	14.743	
6	14.919	15.903	
7	15.254	14.550	
8	14.179	16.919	−2.740
		Σ	+5.670

Test zum Niveau 0,05

$H_0: E[X] = 0$ gegen $H_1: E[X] \neq 0$

$$p\text{-Wert} = 2 \cdot F_N\left(-\left|\frac{\frac{5.670}{8} - 0}{\frac{3.000}{\sqrt{8}}}\right|\right)$$

$$= 2 \cdot F_N(-0{,}6682) = 2 \cdot 0{,}252$$

$$= 0{,}504 > 0{,}05$$

d.h. Frauen und Männer reden nicht signifikant lang unterschiedlich viel pro Tag.

Wörter pro Tag: 27.05.19

$\bar{x}_{Frau} = 16.215$

$\bar{x}_{Männer} = 15.669$

Beispiel:

Beträgt die Wartezeit an einem Check-In-Schalter am Flughafen im Mittel 15 Minuten?

X = Wartezeit (in Min.) eines Fluggastes

$X \sim N(\mu\,;\ \sigma = 10\ \text{Min.})$

Stichprobe: $n = 120$, $\bar{x} = 16{,}8$ Min.

a) zweiseitiger Test zum Niveau 0,05

b) ggf. einseitiger Test zum Niveau 0,05

zu a) $H_0: E[X] = 15$ gegen $H_1: E[X] \neq 15$

$$\text{p-Wert} = 2 \cdot F_N\left(-\left|\frac{16{,}8-15}{\frac{10}{\sqrt{120}}}\right|\right)$$

$$= 2 \cdot F_N(-1{,}9718)$$

$$= 2 \cdot 0{,}024$$

$$= 0{,}048 \leq 0{,}05$$

d.h. die mittlere Wartezeit weicht signifikant von 15 Min. ab.

zu b) $\bar{x} = 16{,}8 > 15 = \mu_0$

$H_0: E[X] \leq 15$ gegen $H_1: E[X] > 15$

p-Wert $= 0{,}024 \leq 0{,}05$

d.h. die mittlere Wartezeit ist signifikant länger als 15 Min.

Fehler 1. Art = der Test behauptet irrtümlicherweise, die mittlere Wartezeit eines Fluggastes sei länger als 15 Minuten.