

**Technische Hochschule Köln**  
**Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften**  
Prof. Dr. Arrenberg  
Raum 221, Tel. 39 14  
jutta.arrenberg@th-koeln.de

## Übungen zur Vorlesung QM III

Gauß-Test

### Aufgabe 14.1

Bekommen Mütter heutzutage später ihr erstes Kind als ihre eigene Mutter? Um diese Frage zu beantworten, wurden 102 Mütter, die gerade ihr erstes Kind bekommen hatten, befragt. Es ergaben sich folgende arithmetischen Mittel:

| Alter (in Jahren) |                      |
|-------------------|----------------------|
| Befragte          | Mutter der Befragten |
| 29,6              | 25,2                 |

Nehmen Sie an, dass die Differenz „Alter der Tochter minus Alter ihrer Mutter“ (gemessen in Jahren) normalverteilt ist mit der Standardabweichung  $\sigma = 3,4$  Jahre.

- a) Prüfen Sie mit einem Test zum Niveau  $\alpha = 0,05$ , ob es signifikante Unterschiede des mittleren Alters von Töchtern und ihren Müttern bei der Geburt ihres jeweils ersten Kindes gibt.
- b) Falls Sie unter a) einen signifikanten Unterschied aufgedeckt haben, so prüfen Sie mit einem einseitigen Test zum Niveau  $\alpha = 0,05$ , welche der beiden Gruppen Töchter oder Mütter im Mittel älter war bei der Geburt des ersten Kindes.

Lösung zu Aufgabe 14.1

Gauß-Test

$X$  = Alter Tochter minus Alter ihrer Mutter (in Jahren) bei der Geburt des jeweils ersten Kindes

$$X \sim \text{NV}(\mu; \sigma = 3,4)$$

$$n = 102 \text{ und } \bar{x} = 29,6 - 25,2 = 4,4$$

a) Zweiseitiger Gauß-Test

$H_0$ : Kein Unterschied zwischen den mittleren Alter von Töchtern und ihren Müttern bei der Geburt des jeweils 1. Kindes“; d.h.  $E[X] = 0$

$H_1$ : Es gibt Unterschiede; d.h.  $E[X] \neq 0$

$$p\text{-Wert Gauß-Test} = 2 \cdot F_U \left( - \left| \frac{4,4 - 0}{\frac{3,4}{\sqrt{102}}} \right| \right) = 2 \cdot F_U(-13,06995) \approx 2 \cdot 0 = 0 \leq$$

$$0,05 = \alpha$$

d.h.  $H_0$  wird abgelehnt; d.h. es gibt signifikante Unterschiede im mittleren Alter von Töchtern und ihren Müttern bei der Geburt ihres jeweils ersten Kindes.

b) Da in der Stichprobe das durchschnittliche Alter von Töchtern höher als das durchschnittliche Alter der Mütter, lautet das einseitige Testproblem:

$H_0$ : Nicht  $H_1$ ; d.h.  $E[X] \leq 0$

$H_1$ : Töchter bekommen im Mittel später das erste Kind als ihre Mütter; d.h.  $E[X] > 0$

$$p\text{-Wert einseitiger Gauß-Test} \approx 0,5 \cdot 0 = 0 \leq 0,05 = \alpha$$

d.h.  $H_0$  wird abgelehnt; d.h. Töchter bekommen im Mittel signifikant später ihr erstes Kind als ihre Mütter.