

**Technische Hochschule Köln**  
**Fakultät für Wirtschafts- und Rechtswissenschaften**  
Prof. Dr. Arrenberg  
Raum 221, Tel. 39 14  
jutta.arrenberg@th-koeln.de

## **Übungen zur Vorlesung QM II**

### Ewige Renten

#### **Aufgabe 9.1**

Jemand möchte eine zukünftige ewige Jahresrente in Höhe von 6 000 Euro beziehen. Welchen Betrag muss er dazu heute bei einer Bank hinterlegen, wenn die Zinsen 1,2% p.a. betragen und wenn die erste Jahresrente

- a) gleichzeitig mit der Kapitalanlage ausgezahlt wird?
- b) ein Jahr nach der Kapitalanlage ausgezahlt wird?
- c) zwei Jahre nach der Kapitalanlage ausgezahlt wird?

#### **Exercise 9.2**

A company is running a competition in which the first prize is a perpetuity paying \$ 100 each year. Supposing an interest rate of 2,5% per annum compounded annually, how much money will the company need to fund the prize now if the first payment is made

- a) in one year's time?
- b) immediately?
- c) two years from now?

*Lösung zu Aufgabe 9.1*

a) 6 000 = vorschüssige ewige Jahresrente

$$6\,000 = \frac{K_0 \cdot i}{q} \Leftrightarrow K_0 = 6\,000 \cdot \frac{q}{i} = 6\,000 \cdot \frac{1,012}{0,012} = 506\,000$$

d.h. es ist ein Betrag von 506 000 Euro bei der Bank zu hinterlegen.

b) 6 000 = nachschüssige ewige Jahresrente

$$6\,000 = K_0 \cdot i \Leftrightarrow K_0 = \frac{6\,000}{i} = \frac{6\,000}{0,012} = 500\,000$$

d.h. es ist ein Betrag von 500 000 Euro bei der Bank zu hinterlegen.

c) 1. Lösungsweg:

6 000 = nachschüssige ewige Jahresrente

Der zwei Jahre vor der ersten Auszahlung eingezahlte Betrag  $x$  muss ein Jahr aufgezinnt werden, um das Startkapital  $K_0$  für die nachschüssige ewige Jahresrente zu erhalten:

$$K_0 = x \cdot q = x \cdot 1,012$$

$$6\,000 = (x \cdot q) \cdot i \Leftrightarrow x = \frac{6\,000}{q \cdot i} = \frac{6\,000}{1,012 \cdot 0,012} = 494\,071,15$$

d.h. es ist ein Betrag von 494 071,15 Euro bei der Bank zu hinterlegen.

2. Lösungsweg:

6 000 = nachschüssige ewige Jahresrente

$$6\,000 = K_0 \cdot i = K_0 \cdot 0,012 \Leftrightarrow K_0 = \frac{6\,000}{0,012} = 500\,000$$

$$\frac{500\,000}{1,012} = 494\,071,15$$

3. Lösungsweg:

6 000 = vorschüssige ewige Jahresrente

$$6\,000 = \frac{K_0 \cdot i}{q} = \frac{K_0 \cdot 0,012}{1,012} \Leftrightarrow K_0 = 6\,000 \cdot \frac{1,012}{0,012} = 506\,000$$

$$\frac{506\,000}{1,012^2} = 494\,071,15$$

*Solution of Exercise 9.2:*

a)  $K_0 \cdot 0.025 = 100 \Leftrightarrow K_0 = \frac{100}{0.025} = 4,000$

This means that the company needs \$ 4,000.

b) 1st Approach:

$$100 = \frac{K_0 \cdot 0.025}{1.025} \Leftrightarrow K_0 = \frac{100 \cdot 1.025}{0.025} = 4,100$$

This means that the company needs \$ 4,100.

2nd Approach:

$$4,000 + 100 = 4,100$$

*3rd Approach:*

$$(K_0 - 100) \cdot 1.025 = K_0 \Leftrightarrow K_0 = \frac{100 \cdot 1.025}{0.025} = 4,100$$

c)  $K_0 \cdot 1.025^2 = 4,100 \Leftrightarrow K_0 = \frac{4,100}{1.025^2} = 3,902.44$

This means that the company needs \$ 3,902.44.