

Klausur QM II 31.01.2019

Aufgabe 1

a) Welche der folgenden vier Aussagen ist richtig?

Hinweis: Es ist pro Frage nur eine Antwort korrekt.

1. Für die unterjährliche Verzinsung zum relativen Zins gilt:
 - Der effektive Jahreszins ist kleiner als der nominelle Jahreszins.
 - Der effektive Jahreszins ist genauso groß wie der nominelle Jahreszins.
 - Der effektive Jahreszins ist grösser als der nominelle Jahreszins.
 - Es lässt sich keine allgemeine Aussage darüber machen, ob der effektive Jahreszins immer kleiner, genauso groß oder größer ist als der nominelle Jahreszins.
2. Sie wollen heute einen Betrag einzahlen. Dieser Betrag soll bei nachschüssiger Verzinsung mit Zinseszins nach fünf Jahren auf 1 000 Euro angewachsen sein. Dann gilt:
 - Je kleiner der Jahreszins desto größer ist der heute einzuzahlende Betrag.
 - Je größer der Jahreszins desto größer ist der heute einzuzahlende Betrag.
 - Der heute einzuzahlende Betrag hängt nicht ab von der Höhe des Jahreszins.
 - Es lässt sich keine allgemeine Aussage über das Größenverhältnis von Jahreszins und dem heute einzuzahlenden Betrag machen.
3. In der Tilgungsphase einer Annuitäten-Tilgung gilt:
 - Die jährlich zu zahlende Annuität ist kleiner als der jährliche Tilgungsbetrag.
 - Die jährlich zu zahlende Annuität ist genauso groß wie der jährliche Tilgungsbetrag.
 - Die jährlich zu zahlende Annuität ist größer als der jährliche Tilgungsbetrag.
 - Es lässt sich keine allgemeine Aussage machen über das Größenverhältnis von Tilgungsbetrag und Annuität.

b) Ein Leasing-Vertrag für einen Pkw sieht wie folgt aus:

- 4 000 Euro Sofortzahlung
- drei Jahre lang monatlich vorschüssig 420 Euro
- Restzahlung am Ende des 3. Jahres in Höhe von 2 800 Euro, falls der Pkw dann gekauft werden soll.

1. Wie hoch ist der Barwert aller Zahlungen des Leasing-Vertrags bei einem Jahreszins von 2,2 %, wenn der Pkw nach drei Jahren erworben wird?

2. Unerwartet möchte der Leasing-Nehmer am Ende des 2. Jahres vorzeitig aus dem Leasing-Vertrag aussteigen. Für den vorzeitigen Vertragsausstieg ist eine Gebühr von 3 000 Euro vereinbart, fällig zum Zeitpunkt des vorzeitigen Vertragsausstiegs. Welchen Wert haben die geleisteten Leasing-Zahlungen einschließlich der Gebühr zum Zeitpunkt des Vertragsausstiegs bei einem Jahreszins von 2,2 %?

Lösung:

a) Richtig sind:

1. Der effektive Jahreszins ist grösser als der nominelle Jahreszins.
2. Je kleiner der Jahreszins desto größer ist der heute einzuzahlende Betrag.
3. Die jährlich zu zahlende Annuität ist größer als der jährliche Tilgungsbetrag.

b) 1. $K_0 = 4\,000 + 420 \cdot (12 + 6,5 \cdot 0,022) \cdot \frac{1,022^3 - 1}{0,022} \cdot \frac{1}{1,022^3} + \frac{2\,800}{1,022^3} = 21\,273,91$

d. h. der Barwert beträgt 21 273,91 Euro.

2. 1. *Lösungsweg:*

$$K_2 = 4\,000 \cdot 1,022^2 + 420 \cdot (12 + 6,5 \cdot 0,022) \cdot \frac{1,022^2 - 1}{0,022} + 3\,000 = 17\,490,26$$

d. h. die geleisteten Zahlungen betragen 17 490,26 Euro.

2. *Lösungsweg:*

$$R_0 = 420 \cdot (12 + 6,5 \cdot 0,022) \cdot \frac{1,022^2 - 1}{0,022} \cdot \frac{1}{1,022^2} = 9\,873,125$$

Zu R_0 wird die Sofortzahlung addiert:

$$K_0 = 4\,000 + 9\,873,125 = 13\,873,125$$

Dieser Wert beträgt nach zwei Jahren:

$$K_2 = 13\,873,125 \cdot 1,022^2 = 14\,490,26$$

Zusammen mit der „Strafgebühr“ ergibt das:

$$14\,490,26 + 3\,000 = 17\,490,26$$

QM II-Klausur am 31.01.2019

Aufgabe 2

a) Welche der folgenden vier Aussagen ist richtig?

Hinweis: Es ist pro Frage nur eine Antwort korrekt.

1. Der Jahresumsatz eines Unternehmens in den letzten vier Jahren belief sich auf 1 Mio. Euro, 2 Mio. Euro, 3 Mio. Euro und 4 Mio. Euro. Die Daten wurden wie folgt klassiert:

0 bis unter 2,5 Mio. Euro	über 2,5 Mio. Euro
2	2

- Das arithmetische Mittel der klassierten Daten beträgt ca. 1,25 Mio. Euro.
 - Das arithmetische Mittel der klassierten Daten beträgt ca. 1,875 Mio. Euro.
 - Das arithmetische Mittel der klassierten Daten beträgt ca. 2,5 Mio. Euro.
 - Für das arithmetische Mittel auf Basis der klassierten Daten ist keine Aussage möglich.
2. Für die diskrete Zufallsvariable X ist die folgende Verteilungsfunktion gegeben:

x_i	$F(x_i) = P(X \leq x_i)$
0	0
3	0,5
4	0,6
5	1,0

- Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion für $X = 4$ beträgt 0,1.
 - Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion für $X = 4$ beträgt 0,4.
 - Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion für $X = 4$ beträgt 0,5.
 - Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion für $X = 4$ beträgt 0,6.
3. Auf Basis einer linearen Regression soll bestimmt werden, mit welchem Umsatz bei einem Preis von 5 Euro für ein Produkt gerechnet werden kann. Für die Schätzung der Regressionsgeraden stehen die folgenden Daten der letzten Jahre zur Verfügung:

Jahr	Umsatz (in Mio. Euro)	Preis (in Euro)
2013	10	10
2014	15	7
2015	20	6
2016	30	4
2017	20	5,5

Anhand welcher der folgenden Regressionsgeraden kann der zu erwartende Umsatz bei einem gegebenen Preis bestimmt werden?

- $\widehat{Umsatz}_i = a_1 + b_1 \cdot \text{Jahr}_i$
- $\widehat{Preis}_i = a_1 + b_1 \cdot \text{Umsatz}_i$
- $\widehat{Jahr}_i = a_1 + b_1 \cdot \text{Umsatz}_i$
- $\widehat{Umsatz}_i = a_1 + b_1 \cdot \text{Preis}_i$

- b) In einem Land beträgt der Anteil der Frauen an der berufstätigen Bevölkerung 52%. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus der berufstätigen Bevölkerung ausgewählte Person:
- männlich ist und einen überdurchschnittlichen Lohn bezieht, beträgt 24,0%.
 - weiblich ist und einen nicht überdurchschnittlichen Lohn bezieht, beträgt 31,2%.
- 1) Stellen Sie die gegebenen Informationen in einer Arbeitstabelle oder in einem Baumdiagramm dar, wobei das Geschlecht in der ersten Stufe und der Lohn in der zweiten Stufe des Baums stehen sollen.
- 2) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass:
- a) eine zufällig ausgewählte berufstätige Person weiblich ist und einen überdurchschnittlichen Lohn bezieht.
 - b) eine zufällig ausgewählte berufstätige Person männlich ist und einen nicht überdurchschnittlichen Lohn bezieht.
 - c) eine zufällig ausgewählte berufstätige Person männlich ist, gegeben dass die Person einen nicht überdurchschnittlichen Lohn bezieht?

Lösung zu Aufgabe 2:

a) Richtig sind:

1. Für das arithmetische Mittel auf Basis der klassierten Daten ist keine Aussage möglich.
2. $P(X = 4) = P(X \leq 4) - P(X \leq 3) = 0,6 - 0,5 = 0,1$
Der Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion für $X = 4$ beträgt 0,1.
3. $X = \text{Preis}$
 $Y = \text{Umsatz}$
 $\text{Umsatz} = a_1 + b_1 \cdot \text{Preis};$
d.h. $\widehat{\text{Umsatz}}_i = a_1 + b_1 \cdot \text{Preis}_i$

- b) 1. $w = \text{weiblich}$
 $m = \text{männlich}$
 $\bar{u} = \text{Lohn liegt über dem Durchschnitt}$
 $\bar{\bar{u}} = \text{Lohn liegt nicht über dem Durchschnitt}$
 $0,520 = P(w)$
 $0,240 = P(m \cap \bar{u})$
 $0,312 = P(w \cap \bar{\bar{u}})$

1. Lösungsweg: Arbeitstabelle:

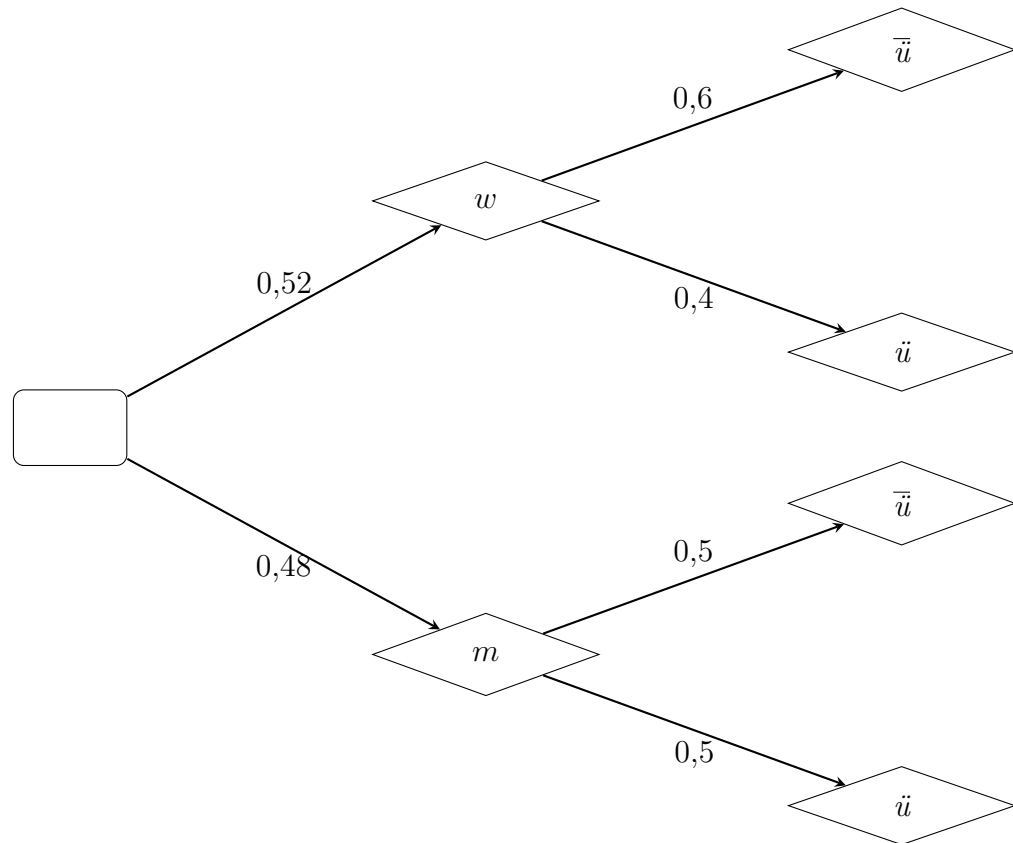
	w	m	
\bar{u}	0,312	0,240	0,552
$\bar{\bar{u}}$	0,208	0,240	0,448
	0,520	0,480	1

2. Lösungsweg: Baumdiagramm:

$$P(m) = 1 - 0,52 = 0,48$$

$$P(\bar{u} | m) = \frac{0,24}{0,48} = 0,5 \Rightarrow P(\bar{u} | m) = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$P(\bar{u} | w) = \frac{0,312}{0,52} = 0,6 \Rightarrow P(\bar{u} | w) = 1 - 0,6 = 0,4$$



- a) $P(w \cap \bar{u}) = 0,208$
- b) $P(m \cap \bar{u}) = 0,240$
- c) $P(m | \bar{u}) = \frac{0,240}{0,552} \approx 0,435$